
ГЛАВА 1. НЕПОСРЕДСТВЕННЫЙ ПОДСЧЕТ ВЕРОЯТНОСТИ СЛУЧАЙНОГО СОБЫТИЯ

Событием называется всякий факт, который в результате опыта может произойти или не произойти. С событиями связывают некоторые числа, характеризующие степень объективной возможности этих событий, называемые вероятностями события. События обозначаются латинскими буквами A, B, C и т.д.

Достоверное событие - событие, которое в результате опыта непременно должно произойти. Оно обозначается греческой буквой Ω . Вероятность достоверного события равна единице:

$$P(\Omega)=1. \quad (1.1)$$

Невозможное событие - событие, которое в данном опыте не может произойти. Это событие обозначается \emptyset .

$$P(\emptyset)=0. \quad (1.2)$$

Несколько событий в данном опыте образуют полную группу событий, если в результате опыта непременно должно произойти хотя бы одно из них.

Несколько событий в данном опыте называются **несовместными**, если никакие два из них не могут появиться вместе.

Несколько событий в данном опыте называются **равновозможными**, если по условиям симметрии есть основания считать, что ни одно из этих событий не является объективно более возможным, чем другое.

Противоположным событием для события A называется событие \bar{A} , состоящее в непоявлении события A ; $\bar{A} = \{A \text{ не появилось}\}$.

Найдем m . Один из пассажиров может выбрать этаж $k-1$ способами. Другой может выбрать этаж уже $k-2$ способами и т.д. Последний пассажир выбирает этаж $k-s$ способами, т.к. на $s-1$ этажах пассажиры уже вышли. По правилу произведения получим

$$m = (k-1)(k-2)\dots(k-s), \quad P(A) = \frac{(k-1)(k-2)\dots(k-s)}{(k-1)^s}.$$

Обозначим $B = \{\text{по крайней мере, 2 пассажира сошли на одном этаже}\}$. Событие B является противоположным к событию A .

$$P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{(k-1)(k-2)\dots(k-s)}{(k-1)^s}.$$

Пример 2.

На 9 карточках написаны цифры 0, 1, ..., 8. Две из них вынимаются наугад и укладываются в порядке появления. Затем читается полученное число, например, 7, 14 и т.д. Найти вероятность того, что число будет четным.

Решение.

$$n = A_9^2 = 9 \cdot 8 = 72.$$

Вторая цифра должна *быть* четная. Вторую цифру выбираем 5 способами (0, 2, 4, 6, 8). Для выбора первой остается 8 способов. Значит $m = 8 \cdot 5 = 40$.

$$P(A) = \frac{40}{72} = \frac{5}{9}.$$

Пример 3.

M телеграмм случайным образом распределяются по N каналам связи ($N > M$). Найти вероятность события $A = \{\text{на каждый канал придется не больше одной телеграммы}\}$.

Решение.

Общее число исходов n будет равно N^M . Число способов, какими можно выбрать M каналов из N , чтобы направить на них по одной телеграмме, равно C_N^M . Число способов, какими можно выбрать из M телеграмм одну и направить ее в первый из

15) На отрезке AB длиной l наугад ставятся 2 точки, в результате чего отрезок оказывается разделенным на 3 части. Найти вероятность того, что из 3 получившихся частей можно составить треугольник.

16) На отрезок AB длиной 12 см наугад бросают точку M , причем вероятность попадания точки в какой-либо под интервал отрезка AB не зависит от его положения внутри AB и пропорциональна его длине. Какова вероятность того, что площадь квадрата, построенного на AM , будет больше 36 и меньше 81?

17) Найти вероятность того, что сумма двух наугад взятых положительных правильных дробей не больше 1, а их произведение - не больше $3/16$.

18) В точке C , положение которой на телефонной линии AB длиной L равновозможно, произошел разрыв. Определить вероятность того, что точка C удалена от точки A на расстояние, не меньше l .

19) На плоскости проведены параллельные линии, расстояние между которыми попеременно 1,5 и 8 см. Определить вероятность того, что случайным образом брошенный на эту плоскость круг радиусом 2,5 см не будет пересечен ни одной линией.

20) В круге радиусом R проводятся хорды параллельно заданному направлению. Какова вероятность того, что длина наугад взятой хорды не более R , если равновозможны любые положения точек пересечения хорды с диаметром, перпендикулярным выбранному направлению.

21) Начерчены 5 концентрических окружностей, радиусы которых равны соответственно kr ($k=1,2,3,4,5$). Круг радиусом r и два кольца с внешними радиусами $3r$ и $5r$ заштрихованы. В круге радиусом $5r$ наудачу выбрана точка. Определить вероятность попадания этой точки а) в круг радиусом $2r$; б) в заштрихованную область.

22) На отрезке длиной l наугад выбраны 2 точки. Какова вероятность того, что расстояние между ними меньше kl при условии $0 < k < 1$?

$$P(A_n / A_2 \dots A_{n-1}) = \frac{1}{n}.$$

На основании формулы (3.3) получим $P(A) = \frac{n!}{n^n}$.

Пример 4.

Урна содержит M пронумерованных шаров с номерами от 1 до M . Шары извлекаются по одному без возвращения. Рассматриваются следующие события:

A = {номера шаров в порядке поступления образуют последовательность $1, 2, \dots, M$ };

B = {хотя бы один раз совпадет номер шара и порядковый номер извлечения};

C = {нет ни одного совпадения номера шара и порядкового номера извлечения}.

Определить вероятности событий A , B , C .

Решение.

Событие A представим в виде произведения n независимых событий:

$A = A_1 A_2 \dots A_n$, где A_i = {шар при i -ом извлечении имеет номер i } ($i=1, 2, \dots, n$).

$$P(A_1) = \frac{1}{n}, \quad P(A_2 / A_1) = \frac{1}{n-1}, \quad P(A_3 / A_1 A_2) = \frac{1}{n-2} \text{ и т. д.}$$

$$P(A_n / A_2 \dots A_{n-1}) = 1.$$

На основании формулы (3.3) получим $P(A) = \frac{1}{n!}$.

Событие B представим в виде суммы событий $B = A_1 + A_2 + \dots + A_n$, где A_i = {шар при i -ом извлечении имеет номер i } ($i=1, 2, \dots, n$).

События A_i совместны.

$$P(A_i) = \frac{1}{n} = \frac{(n-1)!}{n!}, \quad P(A_k A_i) = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{(n-1)} = \frac{(n-2)!}{n!},$$

где $A_k A_i$ = {при k -ом и i -ом извлечении появились шары соответственно с номерами k и i }.

$$P(A_k A_i A_j) = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n-1} \cdot \frac{1}{n-2} = \frac{(n-3)!}{n!} \quad \text{и т. д.}$$

$$P\left(\prod_{k=1}^n A_k\right) = \frac{1}{n!}.$$

Используя формулу (3.10) для вероятности суммы n событий, получим:

$$P(B) = C_n^1 \frac{(n-1)!}{n!} - C_n^2 \frac{(n-2)!}{n!} + C_n^3 \frac{(n-3)!}{n!} + \dots + (-1)^{n-1} C_n^n \frac{1}{n!}$$

$$\text{или } P(B) = 1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n!}.$$

Событие C является противоположным B .

$$P(C) = 1 - P(B) = \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \dots - (-1)^{n-1} \frac{1}{n!}.$$

Задачи для самостоятельного решения

1) Из множества чисел $\{1, 2, \dots, N\}$ по схеме случайного выбора выбирают 3 числа. Найти условную вероятность того, что третье число попадет в интервал, образованный первыми двумя, если известно, что первое число меньше второго.

2) Подбрасывают 3 игральные кости. Наблюдаемые события: $A = \{\text{на 3 костях выпадут разные грани}\}$, $B = \{\text{хотя бы на одной из костей выпадет 6}\}$. Вычислить $P(B/A)$ и $P(A/B)$.

3) Из урны, содержащей 6 белых и 4 черных шара, наудачу и последовательно извлекают по одному шару до появления черного шара. Найти вероятность того, что придется производить четвертое извлечение, если выборка производится без возвращения.

4) Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна p_1 , для второго стрелка - p_2 . Стрелки произвели по одному выстрелу в мишень. Считая попадания в мишень для отдельных стрелков событиями независимыми,

найти вероятности следующих событий: $A = \{\text{ни одного попадания в мишень}\}$, $B = \{\text{одно попадание в мишень}\}$.

5) Статистические данные, собранные среди студентов одного из вузов, обнаружили следующие факты: 60% всех студентов занимаются спортом, 40% участвуют в научной работе на кафедрах и 20% занимаются спортом и участвуют в научной работе. Корреспондент местной газеты подошел к первому проходящему мимо студенту. Найти вероятность следующих событий: $A = \{\text{студент занимается, по крайней мере, одним из двух указанных видов деятельности}\}$, $B = \{\text{студент занимается только одним видом деятельности}\}$.

6) Подбрасывают 2 игральные кости. Найти вероятность события $A = \{\text{на одной кости число очков четно, на другой - нечетно}\}$.

7) Предприятие производит два вида изделий: А и В. 70% всей продукции составляют изделия вида А, 30% - изделия вида В. Известно, что 50% всей продукции отправляется на экспорт, причем из общего числа изделий вида А, 40% отправляется на экспорт. Найти вероятность того, что наугад взятое для контроля изделие относится к виду В и будет отправлено на экспорт.

8) В ящике находится 5 стальных, 3 латунных и 2 медных заклепки. Определить вероятность того, что 2 взятые заклепки будут сделаны из одного материала.

9) Имеются 2 урны с шарами. В первой урне 3 белых, 5 черных и 2 красных шара, во второй - 4 белых и 8 красных шаров. Из каждой урны вынимают по одному шару. Определить вероятность того, что оба вынутых шара будут одного цвета.

10) По каналу связи, состоящему из передатчика, ретранслятора и приемника, передаются два сигнала: единица и нуль. Вследствие воздействия помех сигналы могут искажаться. На участке передатчик - ретранслятор единица переходит в единицу с вероятностью p_1 и в нуль - с вероятностью $1 - p_1$, нуль переходит в нуль с вероятностью q_1 и в единицу с вероятностью $1 - q_1$. На участке ретранслятор-приемник вероятности указанных событий соответственно равны p_2 , $1 - p_2$, q_2 , $1 - q_2$. Определить вероятность события $A = \{\text{кодовая комбинация 10, посланная передатчиком, принята без искажений}\}$.

11) Дана схема соединения элементов (рис. 3.2), образующих цепь с одним входом и одним выходом. Предполагается, что отказы элементов являются независимыми в совокупности событиями. Считается известной надежность p_k k -го элемента (соответственно $q_k = 1 - p_k$ - вероятность его отказа). Отказ любого из элементов приводит к прерыванию сигнала в той ветви цепи, где находится элемент. Вычислить надежность p схемы:

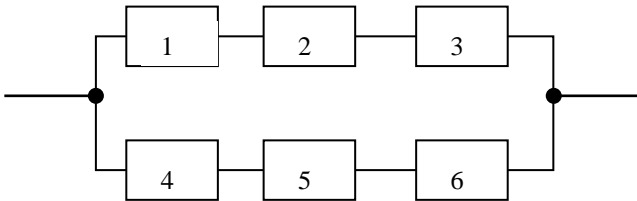


Рис. 3.2. Схема соединения элементов

12) Брошено две игральные кости. Предполагается, что все комбинации выпавших очков равновероятны. Найти условную вероятность того, что выпали две «5», если известно, что сумма выпавших очков делится на пять.

13) Из 100 карточек с числами 00, 01, ..., 98, 99 случайно выбирается одна. Пусть η_1 и η_2 - соответственно сумма и произведение цифр на выбранной карточке. Найти $P\{\eta_1 = i | \eta_2 = 0\}, i = 0, 1, \dots, 18$.

14) Среди 25 экзаменационных билетов пять «хороших». Два студента по очереди берут по одному билету. Найти вероятность того, что а) первый студент взял «хороший» билет; б) оба студента взяли «хорошие» билеты.

15) Два игрока поочередно извлекают шары (без возвращения) из урны, содержащей M белых и $N-M$ черных шаров. Выигрывает тот, кто первым вынет белый шар. Найти вероятность выигрыша первого участника, если $N=5, M=1$.

16) При приемке партии проверка подвергается половина изделий. Условиями приемки допускается не более 2% бракованных изделий. Определить вероятность того, что партия из 100 деталей, содержащая 5% брака, будет принята.

17) Из урны, содержащей a белых и b черных шаров, два игрока извлекают шары по очереди. Выигрывает тот, кому раньше попадается белый шар. Найти вероятность выигрыша первого игрока в случае, когда шары извлекаются по схеме равновероятного выбора без возвращения

18) Из 100 студентов, находящихся в аудитории, 50 человек владеют английским языком, 40 - французским и 35 - немецким; английским и французским языками владеют 20 студентов, английским и немецким - 8, французским и немецким - 10. Все три языка знают пять человек. Один студент вышел из аудитории. Рассматриваются следующие события: $E = \{\text{вышедший знает английский язык}\}$, $F = \{\text{вышедший знает французский язык}\}$, $D = \{\text{вышедший знает немецкий язык}\}$. Установить, являются ли события E, F и D независимыми в совокупности.

19) Два человека купили по одному билету лотереи «6 из 36» и независимо друг от друга отметили по 6 номеров. Найти вероятности следующих событий:

- а) каждый получит минимальный выигрыш;
- б) каждый получит какой-либо выигрыш.

20) Из урны, содержащей N_1 белых, N_2 черных и N_3 красных шаров, последовательно без возвращения извлекают шары до тех пор, пока не появится красный шар. Найти вероятность события $A = \{\text{вынуто } n_1 \text{ белых шаров и } n_2 \text{ черных}\}$.

21) Из урны, содержащей a белых и b черных шаров, два игрока извлекают шары по очереди. Выигрывает тот, кто первый вынет белый шар. Найти вероятность выигрыша первого игрока в случае, когда шары извлекаются по схеме равновероятного выбора с возвращением.

22) Из урны, содержащей a белых и b черных шаров, три игрока извлекают шары по очереди. Выигрывает тот, кто раньше вынет белый шар. Найти вероятность выигрыша первого игрока в случае, когда шары извлекаются по схеме равновероятного выбора с возвращением.

23) Из урны, содержащей a белых и b черных шаров, три игрока извлекают шары по очереди. Выигрывает тот, кто первый вынет белый шар. Найти вероятность выигрыша первого

игрока в случае, когда шары извлекаются по схеме равновероятного выбора без возвращения.

24) Из урны, содержащей 3 белых, 5 черных и 2 красных шара, два игрока поочередно извлекают по одному шару без возвращения. Выигрывает тот, кто первым вынет белый шар. Если появляется красный шар, то объявляется ничья. Найти вероятность события $A = \{\text{игра закончилась вничью}\}$.

25) Из урны, содержащей N_1 белых, N_2 черных и N_3 красных шаров, последовательно без возвращения извлекают шары до тех пор, пока не появится красный шар. Найти вероятность события $A = \{\text{не появилось ни одного белого шара}\}$.

26) Из урны, содержащей N_1 белых, N_2 черных и N_3 красных шаров, последовательно без возвращения извлекают шары до тех пор, пока не появится красный шар. Найти вероятность события $A = \{\text{всего вынуто } k \text{ шаров}\}$.

27) Из колоды карт (36) наудачу извлекается одна карта. События $A = \{\text{вынутая карта - туз}\}$, $B = \{\text{вынута карта черной масти}\}$, $F = \{\text{вынутая карта - фигура, т.е. является валетом, дамой, королем или тузом}\}$. Установить, зависимы или независимы 3 пары событий A и B , A и F , F и B .

28) Подбрасываются три игральные кости. Наблюдаемые события: $C = \{\text{появится не менее двух единиц}\}$, $D = \{\text{появится не более 2 шестерок}\}$. Вычислить условную вероятность $P(D/C)$. Установить, зависимы или независимы C и D .

29) Тетраэдр, 3 грани которого окрашены соответственно в красный, желтый и синий цвета, а четвертая грань содержит все 3 цвета, бросается на плоскость. События K , G и S состоят в том, что тетраэдр упал на грань, содержащую соответственно красный, желтый либо синий цвет. Доказать, что указанные события попарно независимы, но не являются независимыми в совокупности.

30) Из 100 студентов, находящихся в аудитории, 50 человек знают английский язык, 40 - французский и 35 - немецкий; английский и французский языки знают 20 студентов, английский и немецкий - 8, французский и немецкий - 10. Все три языка знают 5 человек. Один из студентов вышел из аудитории. Рассматриваются следующие события: $E = \{\text{вышедший знает английский язык}\}$, $F = \{\text{вышедший знает}$

французский язык}, $D = \{\text{вышедший знает немецкий язык}\}$.
Указать все пары независимых событий.

31) Дана схема соединения элементов (рис. 3.3), образующих цепь с одним входом и одним выходом. Предполагается, что отказы элементов являются независимыми в совокупности событиями. Считается известной надежность p_k k -го элемента (соответственно $q_k = 1 - p_k$ - вероятность его отказа).. Отказ любого из элементов приводит к прерыванию сигнала в той ветви цепи, где находится элемент. Вычислить надежность p схемы:

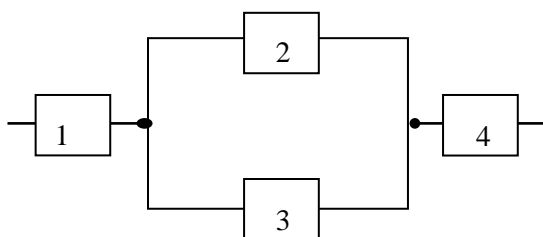


Рис. 3.3. Схема соединения элементов

ГЛАВА 4. ФОРМУЛА ПОЛНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ И ФОРМУЛА БАЙЕСА

Если об обстановке опыта можно сделать n исключаяющих друг друга предположений (гипотез) H_1, H_2, \dots, H_n и если событие A может появиться только вместе с одной из этих гипотез, то

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i)P(A/H_i). \quad (4.1)$$

Эта формула называется *формулой полной вероятности*. Здесь $P(H_i)$ - вероятность гипотезы H_i , $P(A/H_i)$ - условная вероятность события A при гипотезе H_i .

Если до опыта вероятности гипотез H_1, H_2, \dots, H_n были равны $P(H_1), P(H_2), \dots, P(H_n)$ и в результате опыта произошло событие A , то новые (условные) вероятности гипотез вычисляются по формуле

$$P(H_i/A) = \frac{P(H_i)P(A/H_i)}{\sum_{i=1}^n P(H_i)P(A/H_i)}, \quad (i=1,2,\dots,n). \quad (4.2)$$

Формула (4.2) называется *формулой Байеса*. Доопытные (первоначальные) вероятности гипотез $P(H_1), P(H_2), \dots, P(H_n)$, называются *априорными*, а послеопытные $P(H_1/A), P(H_2/A), \dots, P(H_n/A)$ - *апостериорными*. Формула Байеса позволяет «пересмотреть» возможности гипотез с учетом результата наблюдений.

Пример 1.

В автобусе едут n пассажиров. На следующей остановке каждый из них выходит с вероятностью p . Кроме того, в автобус с вероятностью p_0 не входит ни один новый пассажир, с вероятностью $1-p_0$ входит один новый пассажир. Найти

вероятность того, что когда автобус снова тронется в путь после следующей остановки, в нем по-прежнему будет n пассажиров.

Решение.

Обозначим событие $A = \{\text{после остановки в автобусе снова будет } n \text{ пассажиров}\}$.

Гипотезы:

$H_1 = \{\text{на остановке никто не вошел}\};$

$H_2 = \{\text{на остановке вошел один пассажир}\}.$

$P(H_1) = p_0; P(H_2) = 1 - p_0.$

Находим вероятность A при каждом из условий H_1, H_2 . При условии H_1 из автобуса никто не должен выйти, поэтому $P(A/H_1) = (1-p)^n$. При условии H_2 один из пассажиров должен выйти. $P(A/H_2) = C_n^1 p(1-p)^{n-1}$.

Отсюда $P(A) = p_0(1-p)^n + np(1-p_0)(1-p)^{n-1}$.

Пример 2.

В урне находится n шаров, причем все предположения о числе белых и черных шаров равновозможны. Извлекаются с возвращением последовательно k шаров. Какова вероятность того, что в урне содержатся только белые шары, если черные не извлекались?

Решение.

Обозначим событие $A = \{\text{все извлеченные } k \text{ шаров белые}\}.$

Гипотезы:

$H_0 = \{0 \text{ белых шаров, } n \text{ черных}\};$

$H_1 = \{1 \text{ белый шар, } n-1 \text{ черных}\}$ и т.д.;

$H_n = \{n \text{ белых шаров, } 0 \text{ черных}\}.$

По условию задачи вероятности событий $H_0, H_1, H_2, \dots, H_n$ равны. Так как эти гипотезы образуют

полную группу, то $\sum_{i=0}^n P(H_i) = 1.$

Следовательно, $P(H_0) = P(H_1) = P(H_2) = \dots = P(H_n) = \frac{1}{n+1}$.

Вероятности события A при каждой из гипотез:

$$P(A/H_0) = 0; \quad P(A/H_1) = \left(\frac{1}{n}\right)^k; \quad P(A/H_2) = \left(\frac{2}{n}\right)^k \text{ и т. д.}$$

$$P(A/H_n) = \left(\frac{n}{n}\right)^k = 1.$$

$$P(A) = \frac{1}{n+1} \left[\left(\frac{1}{n}\right)^k + \left(\frac{2}{n}\right)^k + \dots + \left(\frac{n}{n}\right)^k \right].$$

По формуле Байеса находим вероятность H_n , после опыта

$$P(H_n/A) = \frac{n^k}{1 + (2)^k + (3)^k + \dots + (n)^k}$$

Пример 3.

Пассажира может обратиться за получением билета в одну из трех касс. Вероятности обращения в каждую кассу зависят от их местоположения и равны соответственно p_1 , p_2 , p_3 . Вероятность того, что к моменту прихода пассажира имеющиеся в кассе билеты будут распроданы, равна для первой кассы q_1 , для второй q_2 , для третьей q_3 . Пассажир направился за билетом в одну из касс и приобрел билет. Найти вероятность того, что это была первая касса.

Решение.

Введем обозначения для следующих событий:

$A = \{\text{пассажир приобрел билет}\};$

$H_1 = \{\text{пассажир обратился в первую кассу}\};$

$H_2 = \{\text{пассажир обратился во вторую кассу}\};$

$H_3 = \{\text{пассажир обратился в третью кассу}\}.$

Имеем:

$$P(H_1) = p_1; \quad P(H_2) = p_2; \quad P(H_3) = p_3.$$

$$P(A/H_1)=1-q_1; \quad P(A/H_2)=1-q_2; \quad P(A/H_3)=1-q_3;$$

$$P(A)=p_1(1-q_1)+p_2(1-q_2)+p_3(1-q_3);$$

$$P(H_1/A)=\frac{p_1(1-q_1)}{p_1(1-q_1)+p_2(1-q_2)+p_3(1-q_3)}.$$

Пример 4.

В первой урне N_1 белых и M_1 черных шаров, во второй - N_2 белых и M_2 черных. Из первой во вторую переложено K шаров, затем из второй урны извлечен один шар. Определить вероятность того, что взятый из второй урны шар - белый. ($N_1=30, M_1=3, N_2=17, M_2=2, K=9$).

Решение.

Испытание состоит в том, что из второй урны извлекается один шар после того, как в нее переложено 9 шаров из первой.

Обозначим событие A = {извлеченный из второй урны шар белый}.

Гипотезы будут отражать, сколько белых шаров переложено во вторую урну:

$$H_1 = \{3 \text{ шара черные, } 6 \text{ белые}\};$$

$$H_2 = \{2 \text{ шара черные, } 7 \text{ белые}\};$$

$$H_3 = \{1 \text{ шар черный, } 8 \text{ белые}\};$$

$$H_4 = \{0 \text{ шара черные, } 9 \text{ белые}\};$$

$$P(H_1) = \frac{C_3^3 C_{30}^6}{C_{33}^9} = \frac{30!}{6!24!} \frac{9!24!}{33!} = \frac{21}{1364};$$

$$P(H_2) = \frac{C_3^2 C_{30}^7}{C_{33}^9} = \frac{3 \cdot 30!}{7!23!} \frac{9!24!}{33!} = \frac{216}{1364};$$

$$P(H_3) = \frac{C_3^1 C_{30}^8}{C_{33}^9} = \frac{3 \cdot 30!}{8!22!} \frac{9!24!}{33!} = \frac{621}{1364};$$

$$P(H_4) = \frac{C_3^0 C_{30}^9}{C_{33}^9} = \frac{30!}{9!21!} \frac{9!24!}{33!} = \frac{506}{1364}.$$

При условии H_1 число белых шаров во второй урне станет $17 + 6 = 23$. Тогда $P(A/H_1) = \frac{23}{28}$.

При условии H_2 : $17 + 7 = 24$. Тогда $P(A/H_2) = \frac{24}{28}$.

При условии H_3 : $17 + 8 = 25$. Тогда $P(A/H_3) = \frac{25}{28}$.

При условии H_4 : $17 + 9 = 26$. Тогда $P(A/H_4) = \frac{26}{28}$.

По формуле (4.1) находим вероятность события A :

$$P(A) = \frac{21}{1364} \cdot \frac{23}{28} + \frac{216}{1364} \cdot \frac{24}{28} + \frac{621}{1364} \cdot \frac{25}{28} + \frac{506}{1364} \cdot \frac{26}{28} = \frac{34348}{38192} = 0,899.$$

Задачи для самостоятельного решения

1) В первой урне находятся 1 белый и 9 черных шаров, во второй - 1 черный и 5 белых шаров. Из каждой урны по схеме случайного выбора без возвращения извлекли по одному шару, а оставшиеся шары ссыпали в третью урну. Найти вероятность того, что шар, вынутый из третьей урны, окажется белым.

2) В первой урне лежат 1 белый шар и 4 красных, во второй - 1 белый и 7 красных. В первую урну перекладываются 2 шара из второй урны. Найти вероятность того, что шар, выбранный из пополненной первой урны, будет белым.

3) Из урны, содержащей 2 белых и 3 черных шара, извлекают 2 шара и добавляют в урну 1 белый шар. Найти вероятность того, что наугад выбранный из урны шар окажется белым.

4) Отрезок $[0, a]$ случайной точкой делится на 2 части, из которых выбирается одна часть. Обозначим η длину выбранной части. Найти $P(\eta \leq x)$, $0 \leq x \leq a$, предполагая, что координата ξ случайной точки равномерно распределена на отрезке $[0, a]$ и вероятности выбора любой из полученных частей отрезка одинаковы.

5) Имеется 5 урн. В первой, второй и третьей урнах находятся по 2 белых и 3 черных шара; в четвертой и пятой - по 1 белому и 1 черному шару. Случайно выбирается урна и из нее извлекается шар. Какова условная вероятность того, что выбрана четвертая или пятая урна, если извлеченный шар оказался белым?

6) По каналу связи передается одна из последовательностей букв $AAAA$, $BBBB$, $CCCC$ с вероятностями p_1 , p_2 , p_3 ($p_1 + p_2 + p_3 = 1$). Каждая передаваемая буква принимается правильно с вероятностью α и с вероятностями $\frac{1}{2}(1-\alpha)$ и $\frac{1}{2}(1-\alpha)$ принимается за каждую из двух других букв.

Предполагается, что буквы искажаются независимо друг от друга. Найти вероятность того, что было передано $AAAA$, если принято $AVCA$.

7) При рентгеновском обследовании вероятность обнаружить заболевание туберкулезом у больного туберкулезом равна $1-\beta$. Вероятность принять здорового человека за больного равна α . Пусть доля больных туберкулезом по отношению ко всему населению равна γ . Найти условную вероятность того, что человек, признанный больным, здоров, при следующих числовых значениях: $1-\beta=0,9$; $\alpha=0,01$; $\gamma=0,001$.

8) В первой урне лежат 1 белый шар и 4 красных, во второй - 1 белый и 7 красных. В первую урну добавляются два шара, случайно выбранных из второй урны. Пусть из пополненной первой урны по схеме случайного выбора с возвращением извлекают k шаров. Найти вероятность того, что все они будут белыми.

9) Из урны, содержащей 2 белых и 3 черных шара, извлекают два шара и добавляют в урну один белый. Пусть из урны по схеме случайного выбора с возвращением извлекают k шаров. Найти вероятность того, что все они белые.

10) В урне находятся 3 черных и 2 белых шара. Первый игрок по схеме случайного выбора без возвращения извлекает

три шара. Обратно он возвращает черный шар, если среди вынутых шаров было больше черных, если больше белых - белый. После этого второй игрок извлекает один шар и по его цвету угадывает число белых шаров среди трех вынутых первым игроком. Найти условную вероятность того, что у первого игрока был один белый шар, если второй игрок вытащил белый шар.

11) Прибор, установленный на борту самолета, может работать в двух режимах: в условиях нормального полета и в условиях перегрузки при взлете и посадке. Нормальный режим осуществляется в 80 % всего времени полета, условия перегрузки - в 20 %. Вероятность выхода прибора из строя за время полета в нормальном режиме равна 0,1, в условиях перегрузки - 0,4. Вычислить надежность прибора за время полета.

12) В продажу поступают телевизоры 3 заводов. Продукция первого завода содержит 20 % телевизоров со скрытым дефектом, второго - 10 % и третьего - 5 %. Какова вероятность приобрести исправный телевизор, если в магазин поступило 30 % телевизоров с первого завода, 20 % - со второго и 50 % - с третьего?

13) Два цеха штампуют однотипные детали. Первый цех дает α % брака, второй - β %. Для контроля отобрано n_1 деталей из первого цеха и n_2 деталей из второго. Эти $n_1 + n_2$ деталей смешаны в одну партию, из которой извлекают одну деталь. Какова вероятность того, что она с браком?

14) Производится n независимых выстрелов зажигательными снарядами по резервуару с горючим. Каждый снаряд попадает в резервуар с вероятностью p . Если в резервуар попал один снаряд, то горючее воспламеняется с вероятностью p_1 если два - с полной достоверностью. Найти вероятность того, что при n выстрелах горючее воспламенится.

15) При переливании крови необходимо учитывать группу крови донора и больного. Человеку, имеющему IV группу крови, можно перелить кровь любой группы; человеку со II или III группой крови можно перелить кровь той же группы либо I; человеку с I группой крови можно перелить только кровь I

группы. Среди населения 33,7 % имеют I группу, 37,5 % - II, 20,9 % - III и 7,9 % - IV группы крови. Найти вероятность того, что случайно взятому больному можно перелить кровь случайно взятого донора.

16) По каналу связи, состоящему из передатчика, ретранслятора и приемника, передаются 2 сигнала: единица и нуль. Сигналы передаются с равной вероятностью. Вследствие воздействия помех сигналы могут искажаться. На участке передатчик - ретранслятор единица переходит в единицу с вероятностью p_1 и в нуль - с вероятностью $1 - p_1$, нуль переходит в нуль с вероятностью q_1 и в единицу с вероятностью $1 - q_1$. На участке ретранслятор - приемник вероятности указанных событий соответственно равны p_2 , $1 - p_2$, q_2 , $1 - q_2$. Определить вероятность события $A = \{\text{принято два одинаковых символа}\}$.

17) Три стрелка, вероятности попадания которых при одном выстреле в мишень в неизменных условиях постоянны и соответственно равны $p_1 = 0,8$, $p_2 = 0,7$, $p_3 = 0,6$, делают по одному выстрелу в одну и ту же мишень. Вычислить вероятность события $A = \{\text{в мишени окажется 2 пробоины}\}$, приняв в качестве гипотез элементарные исходы данного эксперимента.

18) В ящике лежат 20 теннисных мячей, 12 из которых новые. Для игры наугад берутся 2 мяча, которые после игры возвращают в ящик. Затем для второй игры также извлекаются 2 мяча. Какова вероятность того, что вторая игра будет проводиться новыми мячами?

19) Из 10 студентов, пришедших сдавать экзамен по теории вероятностей и взявших билеты, Иванов и Петров знают 20 билетов из 30, Сидоров плохо занимался весь семестр и успел повторить только 15 билетов, остальные студенты знают все 30 билетов. По окончании отведенного на подготовку времени экзаменатор вызывает отвечать одного из студентов. Какова вероятность того, что вызванный сдал экзамен, если знание билета гарантирует сдачу экзамена с вероятностью 0,85, а при незнании билета вероятность сдать экзамен составляет лишь 0,1.

20) Шесть шаров, среди которых 3 белых и 3 черных, распределены по 2 урнам. Наугад выбирается урна и шар из

нее. Как нужно распределить шары по урнам, чтобы вероятность события $A = \{\text{вынутый шар белый}\}$ была максимальной?

21) Туристы выходят из пункта Π_1 выбирая каждый раз на развилке дорог дальнейший путь наудачу. Какова вероятность того, что они попадут в пункт Π_2 . Схема дорог изображена на рисунке 4.1.

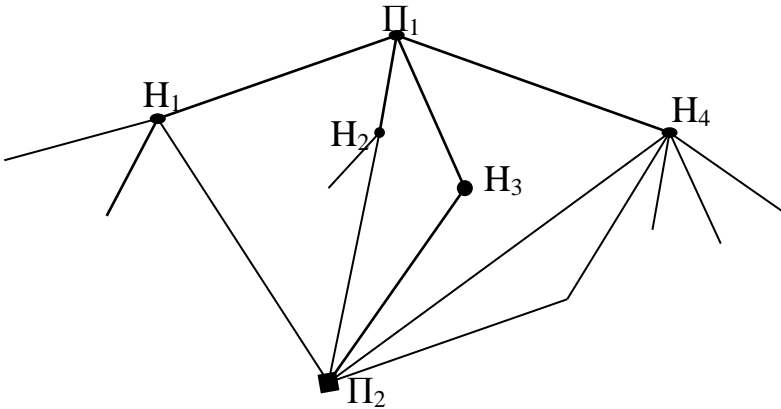


Рис. 4.1. Схема дорог

22) В урне лежит шар неизвестного цвета (с равной вероятностью черный или белый). В урну опускается один белый шар и после тщательного перемешивания наудачу извлекается один шар. Он оказался белым. Какова вероятность того, что в урне остался белый шар?

23) На вход радиолокационного устройства с вероятностью 0,8 поступает смесь полезного сигнала с помехой, а с вероятностью 0,2 - только помеха. Если поступает полезный сигнал с помехой, то устройство регистрирует наличие какого-то сигнала с вероятностью 0,7; если только помеха, - то с вероятностью 0,3. Известно, что устройство зарегистрировало наличие какого-то сигнала. Найти вероятность того, что в его составе есть полезный сигнал.

24) Прибор состоит из двух последовательно включенных узлов. Надежность (вероятность безотказной работы в течение времени T) первого узла равна 0,9, второго - 0,8. В период испытания прибора в течение времени T зарегистрирован отказ

прибора. Найти вероятность события $A = \{\text{отказал только первый узел}\}$.

25) Из урны, содержащей 3 белых и 7 красных шаров, наугад последовательно и без возвращения извлекаются 2 шара. События: $A = \{\text{первый шар белый}\}$, $B = \{\text{второй шар белый}\}$, $C = \{\text{по крайней мере один из вынутых шаров белый}\}$. Найти условную вероятность $P(A/B)$, считая известной условную вероятность $P(B/A)$ и применяя формулу Байеса.

26) В коробке находятся 2 неотличимые по внешнему виду и массе игральные кости: одна правильная, с одинаковыми вероятностями выпадения всех цифр при случайном подбрасывании; другая неправильная, с неравномерным распределением массы по объему. При случайном подбрасывании неправильной игровой кости шестерка появляется с вероятностью $1/3$, единица - с вероятностью $1/9$, остальные цифры выпадают с одинаковой вероятностью. Извлеченная из коробки игральная кость была подброшена, и в результате выпало 6 очков. Найти вероятность того, что была подброшена правильная игральная кость.

27) Три стрелка производят по одному выстрелу в одну и ту же мишень. Вероятности попадания в мишень при одном выстреле для каждого из стрелков соответственно равны p_1 , p_2 и p_3 . Какова вероятность того, что второй стрелок промахнулся, если после выстрелов в мишени оказалось 2 пробоины?

28) Однотипные приборы выпускаются тремя заводами в количественном отношении $n_1 : n_2 : n_3$, причем вероятности брака для этих заводов соответственно равны p_1 , p_2 и p_3 . Прибор, приобретенный научно-исследовательским институтом, оказался бракованным. Какова вероятность того, что данный прибор произведен первым заводом?

29) Число бракованных микросхем на 1000 априори считается равновероятным от 0 до 3. Наугад опробованы 100 микросхем, оказавшиеся исправными. Какова вероятность, что все схемы исправны?

30) В группе из 25 человек, пришедших сдавать экзамен по теории вероятностей, имеется 10 подготовленных отлично, 7 подготовленных хорошо, 5 - удовлетворительно и 3 человека

плохо подготовлены. Отличники знают все 25 вопросов программы, хорошо подготовленные - 20, подготовленные удовлетворительно - 15 и плохо подготовленные знают лишь 10 вопросов. Вызванный студент ответил на 2 заданных вопроса. Найти апостериорные вероятности гипотез: $H_1 = \{\text{студент подготовлен отлично или хорошо}\}$, $H_2 = \{\text{студент подготовлен удовлетворительно}\}$, $H_3 = \{\text{студент подготовлен плохо}\}$.

31) Из урны, содержащей 2 белых и 3 черных шара, извлекают два шара и добавляют в урну один белый шар. Пусть из урны по схеме случайного выбора без возвращения извлекают k шаров. Найти вероятность того, что все они белые.

ГЛАВА 5. СХЕМА БЕРНУЛЛИ И ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ

В задачах по теории вероятностей часто встречается некоторая стандартная схема. Она называется схемой независимых испытаний, или схемой Бернулли.

Определение. Последовательные испытания называются независимыми, если вероятность осуществления любого исхода в n -ом испытании не зависит от реализации исходов предыдущих испытаний.

Схема Бернулли - это последовательность независимых испытаний с двумя исходами («успех» и «неуспех») и с неизменными вероятностями «успеха» p и «неуспеха» $q=1-p$ в каждом испытании.

Формула Бернулли. Вероятность того, что событие A - «успех» наступит m раз при проведении n независимых испытаний, каждое из которых имеет два исхода, вычисляется по формуле

$$P_n(m) = C_n^m p^m (1-p)^{n-m}. \quad (5.1)$$

где p - вероятность наступления события A в каждом испытании; $(m=1,2,\dots,n)$.

Вероятность наступления события A хотя бы один раз при проведении n независимых испытаний, удовлетворяющих схеме Бернулли, равна

$$P_n(m \geq 1) = 1 - q^n, \text{ где } q = 1 - p. \quad (5.2)$$

Вероятность того, что событие A при проведении n независимых испытаний, удовлетворяющих схеме Бернулли, наступит не менее m_1 раз и не более m_2 раз, вычисляется по формуле

$$P_n(m_1 \leq m \leq m_2) = \sum_{m_1}^{m_2} P_n(m). \quad (5.3)$$

Полиномиальная схема

Пусть каждое из n независимых испытаний имеет N взаимоисключающих исходов $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N$ соответственно с вероятностями p_1, p_2, \dots, p_N $\left(\sum_{k=1}^N p_k = 1\right)$, не меняющимися от испытания к испытанию. Обозначим $X_{n,k}$ ($k=1, 2, \dots, N$) ($k = 1, 2, \dots, N$) число появлений исхода ω_k в n испытаниях. Тогда вероятность совместного осуществления составного исхода всех n испытаний, состоящего в том, что исход ω_1 появился m_1 раз, исход ω_2 - m_2 , ω_N - m_N раз выражается формулой

$$\begin{aligned} P_n(X_{n,1}=m_1, X_{n,2}=m_2, \dots, X_{n,N}=m_N) &= \\ = P_{n; m_1, m_2, \dots, m_N} &= \frac{n!}{m_1! m_2! \dots m_N!} p_1^{m_1} p_2^{m_2} \dots p_N^{m_N} \end{aligned} \quad (5.4)$$

Схема Бернулли является частным случаем полиномиального распределения при $N = 2$, $p_2 = 1 - p_1 = q$.

Локальная предельная теорема Муавра - Лапласа.

Если вероятность p наступления события A в каждом испытании постоянна и отлична от нуля и единицы, а число испытаний достаточно велико, то вероятность $P_n(m)$ того, что в n независимых испытаниях событие A наступит m раз, находится по формуле

$$P_n(m) \approx \varphi(x) / \sqrt{npq}, \quad (5.5)$$

где $x = (m - np) / \sqrt{npq}$, а функция $\varphi(x)$ определяется равенством $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$.

Значения этой функции определяются из таблицы приложения 1.

Интегральная предельная теорема Муавра - Лапласа.

Если вероятность p наступления события A в каждом испытании постоянна и отлична от нуля и единицы, а число испытаний достаточно велико, то вероятность того, что в n независимых испытаниях число наступлений события A окажется заключенным в границах от m_1 до m_2 включительно ($m_1 < m_2$), находится по формуле

$$P_n(m_1 \leq m \leq m_2) \approx \Phi(x_2) - \Phi(x_1), \quad (5.6)$$

где $x_2 = (m_2 - np) / \sqrt{npq}$, $x_1 = (m_1 - np) / \sqrt{npq}$, функция $\Phi(x)$ (функция Лапласа) определяется равенством

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

Функция $\Phi(x)$ табулирована. Ее значения определяются из таблицы приложения 3.

Предельная теорема Пуассона. Если вероятность p наступления события A в каждом испытании постоянна, но мала, число независимых испытаний n достаточно велико, а произведение $np = \lambda$ остается небольшим ($\lambda < 10$), то вероятность того, что в этих испытаниях событие A наступит m раз находится по формуле

$$P_n(m) \approx \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}. \quad (5.7)$$

Для упрощения расчетов, связанных с ее применением, составлена таблица значений функции Пуассона $\frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$ (таблица приложения 2й). Для нахождения вероятности того или иного

$$P((p - \alpha)n < m < (p + \alpha)n) = \Phi\left(\frac{pn + n\alpha - pn}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi\left(\frac{pn - n\alpha - pn}{\sqrt{npq}}\right) =$$

$$= 2\Phi\left(\frac{n\alpha}{\sqrt{npq}}\right). \quad \text{По}$$

условию задачи имеем:

$$2\Phi\left(\frac{1200\alpha}{\sqrt{1200 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}}}\right) = 0,985;$$

$$\Phi\left(\frac{180\alpha}{\sqrt{6}}\right) = 0,4925; \quad 73,48\alpha = 2,43$$

Таким образом,

$$\left|\frac{m}{n} - p\right| < 0,033,$$

$$\frac{2}{3} - 0,033 < \frac{m}{n} < \frac{2}{3} + 0,033, \quad 0,634 < \frac{m}{n} < 0,7.$$

Задачи для самостоятельного решения

1) Для стрелка, выполняющего упражнение в тире, вероятность попадания в «яблочко» при одном выстреле не зависит от результатов предшествующих выстрелов и равна $p = 1/4$. Спортсмен сделал пять выстрелов. Найти вероятности событий: $A = \{\text{одно попадание}\}$, $B = \{\text{два попадания}\}$.

2) Для стрелка, выполняющего упражнение в тире, вероятность попадания в «яблочко» при одном выстреле не зависит от результатов предшествующих выстрелов и равна $p = 1/4$. Спортсмен сделал пять выстрелов. Найти вероятности событий: $A = \{\text{хотя бы одно попадание}\}$, $B = \{\text{не менее трех попаданий}\}$.

3) Десять осветительных лампочек для елки включены в цепь последовательно. Вероятность для любой лампочки перегореть при повышенном напряжении в сети равна 0, 1.

Определить вероятность разрыва цепи при повышении напряжения в сети.

4) Пару одинаковых игральные кости бросают семь раз. Какова вероятность следующих событий: $A = \{\text{сумма очков, равная 7, выпадет дважды}\}$, $B = \{\text{сумма очков, равная 7, выпадет по крайней мере один раз}\}$?

5) Пару одинаковых игральные кости бросают семь раз. Какова вероятность следующих событий: $A = \{\text{каждый раз выпадет сумма очков, большая 7}\}$, $B = \{\text{ни разу не выпадет сумма очков, равная 12}\}$.

6) Два шахматиста одного уровня мастерства договорились сыграть матч из $2n$ результативных партий. Ничьи не учитываются, считается, что каждый из участников может выиграть очередную партию с вероятностью 0,5. Выигравшим считается тот, кто победит в большем числе партий. В каком варианте матчей больше шансов выиграть любому из участников: в матче из 8 результативных партий или из 12?

7) Устройство состоит из 8 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны $p = 0,2$. Найти вероятность отказа прибора, если для этого достаточно, чтобы отказали хотя бы 3 элемента из 8.

8) На контроль поступила партия деталей из цеха. Известно, что 5% всех деталей не удовлетворяют требованиям стандарта. Какое количество деталей необходимо испытать, чтобы с вероятностью не менее 0,95 обнаружить хотя бы одну нестандартную деталь?

9) Путем длительных наблюдений установлено, что в данной местности в сентябре в среднем бывает 12 дождливых дней. Какое событие вероятнее: из 8 наугад взятых дней сентября будет 2 или 3 дождливых дня?

10) Проведено 20 независимых испытаний, каждое из которых заключается в одновременном подбрасывании 3 монет найти вероятность того, что, хотя бы в одном испытании появится 3 «орла».

11) При передаче сообщения вероятность искажения одного знака равна $1/10$. Каковы вероятности того, что сообщение из 10 знаков содержит не более трех искажений.

12) Испытание заключается в бросании трех игральных костей. Найти вероятность того, что в пяти независимых испытаниях два раза выпадет по три единицы.

13) Аппаратура состоит из 1000 элементов, каждый из которых независимо от остальных выходит из строя за время T с вероятностью $p = 5 \cdot 10^{-4}$. Найти вероятность события $A = \{\text{за время } T \text{ откажет хотя бы один элемент}\}$.

14) На каждый лотерейный билет с вероятностью $p_1 = 0,1$ может выпасть крупный выигрыш, с вероятностью $p_2 = 0,2$ - мелкий, с вероятностью p_3 - билет может оказаться без выигрыша: $\sum_{i=1}^3 p_i = 1$. Куплено $n = 15$ билетов. Определить вероятность получения $n_1 = 1$ крупных выигрышей и $n_2 = 2$ мелких.

15) Корректурa в 500 страниц содержит 1300 опечаток. Найти наиболее вероятное число опечаток на одной странице текста и вероятность этого числа.

16) Радиостанция ведет автоматическую передачу цифрового текста в течение 10 мк-с. Работа ее осуществляется при наличии хаотической импульсной помехи, среднее число импульсов которой в одну секунду составляет 10^4 . Для срыва передачи достаточно попадания двух импульсов помехи в период работы станции. Вычислить вероятность срыва передачи.

17) При испытании легированной стали на содержание углерода вероятность того, что в случайно взятой пробе процент углерода превысит допустимый уровень, равна $p = 0,01$. Считая применимым закон редких явлений, вычислить, сколько в среднем необходимо испытать образцов, чтобы с вероятностью $p = 0,95$ указанный эффект наблюдался по крайней мере 1 раз.

18) На каждый лотерейный билет с вероятностью $p_1=0,05$ может выпасть крупный выигрыш, с вероятностью $p_2=0,15$ - мелкий, с вероятностью p_3 - билет может оказаться без выигрыша: $\sum_{i=1}^3 p_i = 1$. Куплено $n = 14$ билетов. Определить вероятность получения $n_1 = 1$ крупных выигрышей и $n_2 = 3$ мелких.

19) В опыте Бюффона монета была подброшена 4040 раз, причем «орел» выпал 2048 раз. С какой вероятностью при повторении опыта можно получить такое же или еще большее отклонение относительной частоты «успехов» от вероятности успеха в одном опыте?

20) Сколько раз нужно подбросить монету, чтобы с вероятностью не меньше 0,975 утверждать, что частота выпадения «орла» попадет в интервал $(0,4; 0,6)$?

21) Проводятся последовательные испытания по схеме Бернулли. Вероятность осуществления события A в одном испытании $p = 0,6$. Считая применимыми предельные теоремы Муавра - Лапласа, вычислить вероятность события $B = \{\text{число успешных осуществлений события } A \text{ в } 60 \text{ испытаниях будет заключено между } 30 \text{ и } 42\}$.

22) Радиотелеграфная станция передает цифровой текст. Из-за наличия помех каждая цифра независимо от других может быть неправильно принята с вероятностью 0,01. Найти вероятность события $A = \{\text{в принятом тексте, содержащем } 1100 \text{ цифр, будет меньше } 20 \text{ ошибок}\}$.

23) Вероятность рождения мальчика/? = 0,512. Вычислить вероятность события $A = \{\text{среди } 100 \text{ новорожденных будет больше мальчиков}\}$.

24) Проводятся последовательные испытания по схеме Бернулли. Вероятность осуществления события A в одном испытании $p = 0,6$. Считая применимыми предельные теоремы Муавра - Лапласа, вычислить вероятность события $B = \{\text{событие } A \text{ произойдет в большинстве из } 60 \text{ испытаний}\}$.

25) Вероятность рождения мальчика $p = 0,512$. Вычислить вероятность события A - (разница между количеством мальчиков и девочек из 100 новорожденных не превысит 10).

26) Отдел технического контроля проверяет качество 900 отобранных деталей. Вероятность p того, что деталь стандартна, равна 0,9. Найти наименьший интервал, симметричный относительно np , в котором с вероятностью, не меньшей 0,9544 будет заключено число стандартных деталей.

27) В страховой компании застраховано 10000 автомобилей. Вероятность поломки любого автомобиля в результате аварии равна 0,006. Каждый владелец застрахованного автомобиля платит в год 12000 руб. и в случае поломки автомобиля (в результате аварии) получает от компании 160000 руб. Найти вероятность события $A = \{\text{по истечении года работы страховая компания потерпит убытки}\}$.

28) Игральную кость подбрасывают 500 раз. Какова вероятность того, что частота выпадения шестерки окажется в интервале $(1,6 - 0,05; 1,6 + 0,05)$?

29) В страховой компании застраховано 10000 автомобилей. Вероятность поломки любого автомобиля в результате аварии равна 0,006. Каждый владелец застрахованного автомобиля платит в год 12000 руб. и в случае поломки автомобиля (в результате аварии) получает от компании 160000 руб. Найти вероятность события $A = \{\text{ по истечении года работы страховая компания получит прибыль не менее 6 000 000}\}$.

30) В таблице случайных чисел цифры сгруппированы по две. Найти вероятность того, что среди 100 пар пара «09» встретится не менее двух раз.

31) Найти вероятность того, что количество девяток среди 10000 случайных чисел заключено между 940 и 1060.

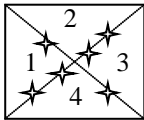
Варианты тестов по теме «Вероятность случайных событий»

Задания		Ответы
№ 1		
1	Выражение $\frac{1}{(k-1)!} - \frac{1}{k!}$ равно	1) $\frac{k}{(k-1)!}$ 2) $\frac{k-1}{k!}$ 3) $\frac{k-1}{(k+2)!}$ 4) $\frac{k}{(k+2)!}$
2	В розыгрыше личного первенства по шахматам было сыграно 120 игр. Сколько было участников, если каждые два участника встречались между собой один раз?	1) 20 2) 60 3) 16 4) 12
3	На 7 одинаковых карточках написаны буквы с, у, е, т, н, д. Карточки перемешаны. Наугад берут одну карточку за другой и кладут в ряд. Какова вероятность того, что получится слово СТУДЕНТ?	1) 0,0004 2) 0,03 3) 0,1 4) 0,002
4	Окружность радиуса 6 вписана в квадрат. Найти вероятность того, что точка, наудачу брошенная в квадрат, окажется внутри вписанного круга, если вероятность попадания точки в круг пропорциональна площади круга?	1) $\frac{\pi}{16}$ 2) $1 - \frac{\pi}{3}$ 3) $\frac{\pi}{4}$ 4) $\frac{\pi}{2}$
5	Три автомобиля одновременно проходят таможенный досмотр, причем вероятность успешного прохождения досмотра для каждого из них равна соответственно: 0,9; 0,8; 0,7. Найти вероятность того, что, хотя бы один автомобиль пройдет досмотр?	1) 0,721 2) 0,994 3) 0,864 4) 0,635
6	Имеется три партии ламп по 20, 30, 50 штук в каждой. Вероятность того, что лампы проработали заданное время, равно для каждой партии соответственно 0,7; 0,8 и 0,9. Какова вероятность того, что выбранная наудачу лампа проработает заданное время?	1) 0,74 2) 0,56 3) 0,97 4) 0, 83
7	Имеется две одинаковые по виду урны. В первой урне 15 белых шаров, во второй 10 белых и 5 черных. Из выбранной наугад урны выбрали шар. Вероятность того, что шар белый, находится по формуле	1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ 2) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$ 3) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ 4) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$
8	Контрольная работа состоит из 5 вопросов. На каждый вопрос предлагается 4 варианта ответа, из которых только один правильный. Студент не готов к контрольной работе и поэтому выбирает ответы наугад. Какова вероятность того, что он правильно ответит на 3 вопроса.	1) 0,09 2) 0,2 3) 0,07 4) 0,3

№ 2	Задания	Ответы
1	Значение $C_5^0 C_4^2 + C_5^1 C_4^1 + C_5^2 C_4^0$ равно	1)27 2)150 3)78 4) 36
2	Сколько различных трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4,5 при условии , что в числе нет одинаковых цифр	1)120 2)60 3)18 4)30
3	В партии 100 деталей, из них 10 бракованных. Наудачу извлечено 5 деталей. Найдите вероятность того, что среди извлеченных деталей нет бракованных.	1)0,584 2)0,32 3)0,64 4)0,681
4	Обедая за столом шириной 2 метра Вы увидели ползущего с другого конца стола на Ваш край таракана. Какова вероятность того, что, доползя до края стола таракан упадет на Вас, если Вы занимаете место вдоль стола 60 см, а таракан очень худой?	1)0,3 2)0,4 3)0,5 4)0,8
5	Рабочий обслуживает три станка. Вероятность остановки на протяжении одного часа для первого станка составляет 0,2, для 2- го станка – 0,1, для 3 –го – 0,15. найти вероятность бесперебойной работы всех трех станков в течение часа.	1)0,387 2)0,834 3)0,612 4)0,354
6	В среднем из каждых 100 клиентов отделения банка 60 обслуживаются первым операционистом и 40 вторым операционистом. Вероятность того, что клиент будет обслужен операционистом без помощи заведующего составляет 0,9 и 0,75 соответственно. Клиент был обслужен без помощи заведующего. Определите вероятность того, что он был обслужен 1-м операционистом.	1)0,64 2)0,72 3)0,87 4)0,52
7	Имеется две одинаковые по виду урны. В первой урне 5 белых и 10 черных шаров, во второй 10 белых и 5 черных. Из выбранной наугад урны выбрали шар. Вероятность того, что шар белый, находится по формуле	1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 2) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 3) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ 4) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$
8	Доля изделий высшего сорта на данном предприятии составляет 31%. Чему равно наивероятнейшее число изделий высшего сорта в случайно отобранной партии из 75 изделий	1)27 2)30 3)31 4)23

№3	Задания	Ответы
1	Значение $C_8^0 C_2^2 + C_8^1 C_2^1 + C_8^2 C_2^0$ равно	1)45 2)87 3)50 4)64
2	Сколькими способами можно распределить 12 различных учебников между четырьмя студентами	1) 4^{12} 2) 12^4 3) 3^4 4) 4^4
3	В партии 50 деталей, из них 10 бракованных. Наудачу извлечено 7 деталей. Найти вероятность того, что среди извлеченных деталей нет бракованных	1)0,87 2)0,54 3)0,45 4)0,19
4	Спортсмен пересекает финишную линию шириной 10 метров. Посередине линии находится лужа радиусом 1 метр. Какова вероятность что спортсмен пробежит справа от лужи?	1)0,1 2)0,9 3)0,8 4)0,45
5	Электрическая схема состоит из пяти последовательно соединённых блоков. Вероятность безотказной работы каждого блока составляет 0,3, 0,5, 0,8, 0,1, 0,2. Считая выходы из строя различных блоков независимыми событиями, найти надёжность всей схемы в целом.	1)0.003 2)0.017 3)0.25 4) 0.0024
6	С первого станка на сборку поступает 40% изготовленных деталей, со второго -30%, с третьего -30%. Вероятность изготовления бракованной детали для каждого станка равна соответственно 0.01, 0.03, 0.05.Найти вероятность того, что наудачу выбранная деталь оказалась бракованной.	1)0.028 2) 0.06 3)0,35 4) 0.12
7	Имеется две одинаковые по виду урны. В первой урне 9 белых и 18 черных шаров, во второй 9 белых и 9 черных. Из выбранной наугад урны выбрали шар. Вероятность того, что шар белый, находится по формуле	1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 2) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 3) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ 4) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
8	При испытаниях по схеме Бернулли вероятность двух успехов в трёх испытаниях в 12 раз больше, чем вероятность трёх успехов в трёх испытаниях. Найти вероятность успеха в одном испытании.	1)0.3 2)0.2 3)0.6 4)0.5

№ 4	Задания	Ответы
1	Значение $C_6^0 C_3^2 + C_6^1 C_3^1 + C_6^2 C_3^0$ равно	1)45 2)86 3)36 4)72
2	Сколько трехзначных чисел можно образовать из нечетных цифр, если каждая из этих цифр может повторяться	1)60 2)625 3)100 4)125
3	В урне находятся 5 белых и 7 чёрных перчаток. Найти вероятность того, что пара, которую достали наугад, окажется одноцветной.	1)0,45 2)0,54 3)0,64 4)0,47
4	Партизаны ждут самолет с грузом ночью на квадратной поляне со стороной 200 метров и для ориентации самолета жгут костры (см схему). Звездочки — это костры. Считаем, что они разложены точно по диагонали. Какова вероятность, что груз упадет в сектор N1, если известно, что груз упадет на поляну?	1)0,5 2) 0,6 3) 0,25 4)0,4
5	Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен равна 0,9 второй экзамен 0,85 и третий -0,8. Какова вероятность того, что студент сдаст не менее двух экзаменов	1)0,876 2)0,941 3)0,654 4)0,342
6	На склад поступают изделия трех заводов. Продукция первого завода составляет 2000 изделий, второго 3000, третьего-1000. Известно, что средний процент нестандартных изделий первого завода равен 4, второго-2, третьего -1. Известно также, что наугад взятое на складе изделие бракованное. Найти вероятность того, что это изделие первого завода	1)0,72 2)0,65 3)0,53 4)0,67
7	Имеется две одинаковые по виду урны. В первой урне 3 белых и 6 черных шаров, во второй 10 белых и 5 черных. Из выбранной наугад урны выбрали шар. Вероятность того, что шар белый, находится по формуле	1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 2) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 3) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 4) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
8	Доля высшего сорта на данном предприятии составляет 30%. Некто приобрел 6 изделий, изготовленных на этом предприятии. Чему равна вероятность того, что 4 из них высшего качества	1)0,1 2)0,07 3)0,3 4)0,06



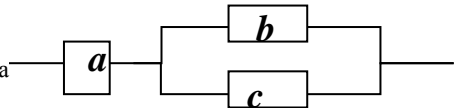
№ 5	Задания	Ответы
1	Значение $P_6(P_7 - P_3)$ равно	1)3624480 2)4834496 3)5767890 4)8674565
2	Сколькими способами можно распределить 16 различных учебников между четырьмя студентами	1) 8^4 2) 16^4 3) 4^{16} 4) 4^4
3	В урне находятся 6 белых и 4 чёрных шаров. Найти вероятность того, что 2 шара, которые достали наугад, окажутся одноцветными.	1)0,675 2)0,276 3)0,467 4)0,354
4	И течение 20 минут после девяти часов ученик А в случайный момент времени звонит по телефону ученику В, ждет 2 мин, после чего кладет трубку. В течение тех же 20 мин ученик В заходит в свою квартиру в случайный момент и остается дома в течение 2 мин. Какова вероятность того, что разговор между учениками состоится?	1)0,19 2)0,34 3)0,65 4)0,81
5	Студент разыскивает нужную формулу в трех справочниках. Вероятности того, что формула содержится в первом, втором, третьем справочнике, соответственно равны 0,6; 0,7; 0,8. Найти вероятность того что формула содержится только в двух справочниках	1)0,654 2)0,786 3)0,328 4)0,452
6	По движущемуся объекту производится три одиночных выстрела. Вероятность попадания при первом выстреле равна 0,5, при втором 0,6, при третьем-0,8. Для вывода объекта из строя заведомо достаточно трех попаданий. При одном попадании объект выходит из строя с вероятностью 0,3, при двух попаданиях – с вероятностью 0,6. Найти вероятность того, что в результате трех выстрелов объект будет выведен из строя.	1)0,643 2)0,765 3)0,594 4)0,324
7	Имеется две одинаковые по виду урны. В первой урне 6 белых шаров и 12 черных, во второй 3 белых и 6 черных. Из выбранной наугад урны выбрали шар. Вероятность того, что шар белый, находится по формуле	1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 2) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ 3) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ 4) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
8	Для нормальной работы автобазы на линии должно быть не менее 8 автомашин, а их имеется 10. Вероятность невыхода каждой автомашины на линию равна 0,1. Найти вероятность нормальной работы автобазы.	1)0,76 2)0,99 3)0,86 4)0,93

№ 6	Задания	Ответы
1	Значение $C_9^0 C_3^3 + C_9^1 C_3^2 + C_9^2 C_3^1 + C_9^3 C_3^0$ равно	1)110 2)69 3)720 4)220
2	В классе 30 учеников. Ежедневно для дежурства выделяется 2 ученика. Сколькими способами это можно сделать	1)256 2)95 3)435 4)625
3	В библиотеку поступило 40 учебников, из них четыре с дефектами переплета. Какова вероятность того, что среди двух наудачу учебников окажется один с дефектами переплета?	1)0,567 2)0,456 3)0,185 4)0,295
4	Окружность радиуса 5 вписана в квадрат. Найти вероятность того, что точка, наудачу брошенная в квадрат, окажется внутри вписанного круга, если вероятность попадания точки в круг пропорциональна площади круга?	1)0,674 2)0,232 3)0,321 4)0,785
5	Электрическая цепь составлена по схеме Элементы цепи работают независимо друг от друга. Вероятность выхода из строя за время t элемента цепи a равна 0,2; элемента b -0,3; элемента c -0,4. Найти вероятность работы цепи за указанный промежуток времени.	1)0,672 2)0,296 3)0,846 4)0,704
6	В классе обучаются 20 девочек и 10 мальчиков. К уроку не выполнили домашнее задание 4 девочки и три мальчика. Наудачу вызванный ученик оказался неподготовленным к уроку. Какова вероятность того, что был вызван отвечать мальчик	1)0,5 2)0,43 3)0,36 4)0,89
7	Имеется две одинаковые по виду урны. В первой урне 3 белых и 9 черных шаров, во второй 8 белых и 16 черных. Из выбранной наугад урны выбрали шар. Вероятность того, что шар белый, находится по формуле	1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 2) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ 3) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ 4) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
8	Прибор состоит из шести элементов, включенных в цепь параллельно и работающих независимо друг от друга. Вероятность безотказной работы каждого элемента за время t равна 0,6. Для безаварийной работы прибора достаточно, чтобы хотя бы один элемент был исправен. Какова вероятность того, что за время t прибор будет работать безотказно?	1)0,6789 2)0,5674 3)0,9959 4)0,8745

№ 7	Задания	Ответы
1	Значение $\frac{P_5 + P_6}{P_4}$ равно	1)25 2)35 3)56 4)96
2	Сколько можно составить пятизначных чисел так, чтобы любые две соседние цифры числа ли различные	1) 10^5 2) 5^5 3) 5^{10} 4) 9^5
3	На карточках написаны целые числа от 1 до 15 включительно. Наудачу т извлекаются две карточки. Какова вероятность того, что сумма чисел, написанных на этих карточках, равна десяти	1)0,0381 2)0,0564 3)0,0768 4)0,0023
4	Точка выбирается наудачу внутри круга радиуса 8. Какова вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в этот круг квадрата	1)0,345 2)0,256 3)0,637 4)0,456
5	Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен равна 0,9, второй экзамен -0,85 и третий -0,8. Какова вероятность того, что студент сдаст не менее двух экзаменов.	1)0,786 2)0,693 3)0,941 4)0,865
6	На карточках написаны буквы, образующие слово комбинаторика , но две карточки из этого набора утеряны. Наудачу извлекается одна карточка, найти вероятность того, что на ней окажется гласная буква.	1)0,6543 2)0,8761 3)0,4615 4)0,8764
7	Имеется две одинаковые по виду урны. В первой урне 7 белых шаров 7 черных, во второй 3 белых и 9 черных. Из выбранной наугад урны выбрали шар. Вероятность того, что шар белый, находится по формуле	1) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$ 2) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 3) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ 4) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
8	На самолете имеются 4 одинаковых двигателя. Вероятность нормальной работы каждого двигателя в полете равна 0,9. Найти вероятность того, что в полете могут возникнуть неполадки в одном двигателе	1)0,5678 2)0,6543 3)0,2916 4)0,11234

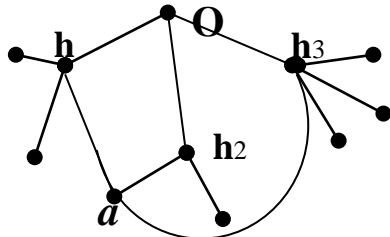
№ 8	Задания	Ответы
1	Значение $A_7^3 + A_6^3 + A_5^3$ равно	1)270 2)550 3)390 4)420
2	Сколько четырехзначных нечетных чисел можно составить из цифр числа 3694, если каждую цифру можно использовать не более одного раза?	1)12 2)34 3)8 4)6
3	Из 60 вопросов, включенных в экзамен, студент подготовил 50. Какова вероятность того, что из предложенных ему трех вопросов он знает два	0,25 2)0,456 3)0,124 4)0,358
4	В круг радиуса 7 вписан правильный треугольник. Какова вероятность того, что точка наудачу взятая точка круга окажется внутри треугольника	1)0,654 2)0,414 3)0,356 4)0, 567
5	Три стрелка стреляют в цель независимо друг от друга. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,6 для второго 0,7, для третьего 0,8. Найти вероятность хотя бы одного промаха, если каждый стрелок делает по одному выстрелу	1)0,664 2)0,453 3)0,336 4)0,768
6	В трамвайном парке 12 трамваев маршрута № 3 и 18 трамваев маршрута № 10. Найти вероятность того, что второй, вышедший из парка трамвай, будет маршрута №10	1)0,7 2)0,24 3) 0,6 4)0,5
7	Имеется две одинаковые по виду урны. В первой урне 8 белых и 4 черных шаров, во второй 15 белых и 5 черных. Из выбранной наугад урны выбрали шар. Вероятность того, что шар белый, находится по формуле	1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 2) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$ 3) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ 4) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}$
8	Продукция высшего сорта на данном предприятии составляет 30%. Некто приобрел 6 изделий, изготовленных на этом предприятии. Чему равна вероятность того, что 4 из них высшего качества.	1)0,03 2)0,4 3)0,06 4)0,07

№ 9	Задания	Ответы
1	Значение $\frac{A_5^3 + A_5^4}{A_5^2}$ равно	1)8 2)12 3)15 4)9
2	Сколькими способами можно распределить 8 различных учебников между четырьмя студентами	1)8 ⁴ 2)12 ⁴ 3)4 ⁸ 4)4 ⁴
3	Из букв слова событие , составленного с помощью разрезной азбуки, извлекаются наудачу и складываются друг за другом в порядке извлечения 3 карточки (буквы). Какова вероятность получить при этом слово быт?	1)0,0078 2)0,0054 3)0,0048 4)0.0065
4	В круг радиуса 4 вписан правильный треугольник. Какова вероятность того, что точка наудачу взятая точка круга окажется внутри треугольника	1)0,654 2)0,356 3)0,414 4)0, 567
5	Три стрелка стреляют в цель независимо друг от друга. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,6 , для второго 0,7, для третьего 0,8. Найти вероятность хотя бы одного попадания в цель , если каждый стрелок делает по одному выстрелу	1)0,024 2)0,865 3)0,664 4)0,976
6	Студент выучил 11 билетов из 15. Какова вероятность сдать экзамен, если студент берет билет вторым?	1)0,73 2)0,64 3)0,66 4)0,11
7	Имеется две одинаковые по виду урны. В первой урне 10 белых шаров и 5 черных, во второй 10 белых. Из выбранной наугад урны выбрали шар. Вероятность того, что шар белый, находится по формуле	1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 2) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$ 3) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ 4) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
8	Магазин получил 50 деталей. Вероятность наличия нестандартной детали в партии равна 0,05. Наиболее вероятное число нестандартных деталей в этой партии равно	1)2 2)1 3)5 4)3

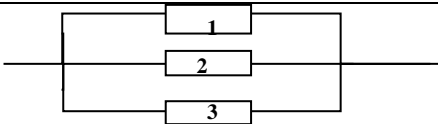
№ 10	Задания	Ответы
1	Значение $C_6^0 C_3^3 + C_6^1 C_3^2 + C_6^2 C_3^1 + C_6^3 C_3^0$ равно	1)84 2)56 3)72 4)120
2	Имеется 4 чашки, 5 блюдец и 6 чайных ложек. Сколькими способами может быть накрыт стол для чаепития на трех человек, если каждый получит одну чашку, одно блюдо, одну ложку	1)342800 2)10000 3)606578 4)172800
3	На отдельных карточках написаны цифры 1,2,3,4,5,6,7,8,9. Все карточки тщательно перемешивают, после чего наугад берут четыре из них и раскладывают в ряд друг за другом. Какова вероятность получить при этом число 4239	1)0,000025 2)0,00066 3)0,00033 4)0,002
4	В круг радиуса b вписан правильный треугольник. Какова вероятность того, что наудачу взятая точка круга окажется внутри треугольника	1)0,414 2)0,654 3)0,356 4)0,567
5	<p>Электрическая цепь составлена по схеме : Элементы цепи работают независимо друг от друга. Вероятность выхода из строя за время t элемента цепи a равна 0,1; элемента b -0,4; элемента c -0,5. Найти вероятность разрыва цепи за указанный промежуток времени.</p> 	1)0,64 2)0,54 3)0,28 4)0,72
6	Заготовлены семена трех сортов кукурузы, из которых семена первого сорта составляют 50%, второго -30%, а третьего - 20%, а их всхожести соответственно равны 95%, 90% и 85%. Какова вероятность того, что из выбранного наугад семени вырастет растение?	10,915 2)0,876 3)0,325 4)0,675
7	Имеется две одинаковые по виду урны. В первой урне 4 белых и 8 черных шаров, во второй 5 белых и 20 черных. Из выбранной наугад урны выбрали шар. Вероятность того, что шар белый, находится по формуле	1) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}$ 2) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}$ 3) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ 4) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
8	Если вероятность того, что разговор состоится, равна 0,7, то вероятность осуществления от двух до четырех разговоров по телефону при наблюдении пяти независимых вызовов равна	1)0,564 2)0,786 3)0,675 4)0,801

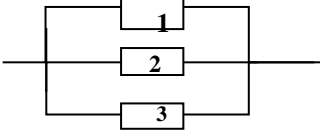
№ 11		Ответы
1	Решение уравнения $P_{n+5} = 240A_{n+3}^{m+3} \cdot P_{n-m}$ равно	1)12 2)24 3)8 4)11
2	Сколько можно построить различных прямоугольных параллелепипедов, если длина каждого его ребра может выражаться любым целым числом от 1 до 10.	1)120 2)340 3)160 4)220
3	В урне имеются 10 шаров: 6 белых и 4 красных. Наудачу извлекли два шара. Какова вероятность того, что оба шара – белые?	1) $\frac{2}{5}$ 2) $\frac{1}{5}$ 3) $\frac{3}{5}$ 4) $\frac{4}{5}$
4	Дано линейное уравнение $ax=b$. Если a выбирается наудачу на интервале $(0;4)$ и b – на интервале $(0;5)$, то какова вероятность того, что корень данного уравнения будет меньше единицы.	1)0,6 2)0,8 3)0,4 4)0,9
5	Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен равна 0,9, второй экзамен - 0,85 и третий -0,8. Какова вероятность того, что студент сдаст один экзамен.	1)0,035 2)0,609 3)0,056 4)0,084
6	С первого автомата на сборку поступает 20%, со второго 30%, с третьего 50% деталей. Первый автомат дает в среднем 0.2% брака, второй 0,3%, третий 0,1%. Найти вероятность того, что деталь не бракованная?	1)0,786 2)0,982 3)0,876 4)0,453
7	Имеется две одинаковые по виду урны. В первой урне все белые шары, во второй 9 белых и 18 черных. Из выбранной наугад урны выбрали шар. Вероятность того, что шар белый, находится по формуле	1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 2) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 3) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ 4) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
8	В результате многолетних наблюдений установлено, что вероятность выпадения дождя 1 октября в данном городе равна $\frac{1}{7}$. Наивероятнейшее число дождливых дней 1 октября в данном городе за 20 лет равно	1)5 2)4 3)2 4)3

№ 12з	Задания	Ответы
1	Значение $C_7^5 + C_5^0$ равно	1)22 2)34 3)18 4)44
2	Сколькими способами 5 пассажиров могут распределиться по четырем вагонам	1)4 ⁵ 2)5 ⁴ 3)4 ⁴ 4)5 ⁵
3	В урне находятся 5 белых и 5 чёрных шаров. Найти вероятность того, что 2 шара, которые достали наугад, окажутся одноцветными.	1)0,34 2)0,44 3)0,55 4)0,28
4	И течение 30 минут после девяти часов ученик А в случайный момент времени звонит по телефону ученику В, ждет 3 мин, после чего кладет трубку. В течение тех же 30 мин ученик В заходит в свою квартиру в случайный момент и остается дома в течение 3 мин. Какова вероятность того, что разговор между учениками не состоится?	1)0,19 2)0,45 3)0,56 4)0,81
5	Студент разыскивает нужную формулу в трех справочниках. Вероятности того, что формула содержится в первом, втором, третьем справочнике, соответственно равны 0,6; 0,7; 0,8. Найти вероятность того что формула содержится только в одном справочнике?	1)0,675 2)0,567 3)0,268 4)0,188
6	Турист выходит из пункта О и на разветвлении дорог выбирает наугад один из возможных путей. Схема дорог представлена. Какова вероятность того, что турист попадет в пункт а	1)0,361 2)0,652 3)0,456 4)0,876
7	Имеется две одинаковые по виду урны. В первой урне 5 белых шаров и 5 черных, во второй 8 белых и 16 черных. Из выбранной наугад урны выбрали шар. Вероятность того, что шар белый, находится по формуле	1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 2) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ 3) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ 4) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
8	Игральную кость подбрасывают 5 раз. Какова вероятность, что «2» выпадет три раза	1)0,046 2)0,12 3) 0,054 4)0,256

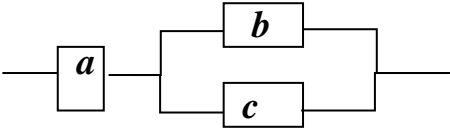


№ 13	Задания	Ответы
1	Значение $\frac{C_{14}^9 + C_{14}^{10}}{C_{11}^{10}}$ равно	1)4 2)36 3)273 4)25
2	Сколькими способами можно расставить на книжной полке библиотеки 5 книг по теории вероятностей, 3 книги по теории игр и 2 книги по математической логике, если книги по каждому предмету одинаковые	1)3490 2)1240 3)1450 4)2520
3	В урне находятся 6 белых и 6 чёрных шаров. Найти вероятность того, что 2 шара, которые достали наугад, окажутся одноцветными.	1) $\frac{2}{3}$ 2) $\frac{1}{3}$ 3) $\frac{1}{6}$ 4) $\frac{5}{6}$
4	Дано линейное уравнение $ax=b$. Если a выбирается наудачу на интервале $(0,8)$ и b – на интервале $(0;10)$, то какова вероятность того, что корень данного уравнения будет больше единицы.	1)0,5 2)0,6 3)0,4 4)1,0
5	Студент разыскивает нужную формулу в трех справочниках. Вероятности того, что формула содержится в первом, втором, третьем справочнике, соответственно равны 0,6; 0,7; 0,8. Найти вероятность того что формула содержится в трех справочниках?	1)0,336 2)0,456 3)0,124 4)0,654
6	В первой урне находится 5 белых и 10 черных шаров, во второй 3 белых и 7 черных шаров. Из второй урны в первую переложили один шар, а затем из первой урны извлекли наугад один шар. Определить вероятность того, что этот шар белый.	1)0,025 2)0,862 3)0,1 4)0,331
7	Имеется две одинаковые по виду урны. В первой урне 15 белых шаров, во второй 10 белых и 5 черных. Из выбранной наугад урны выбрали шар. Вероятность того, что шар белый, находится по формуле	1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 2) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 3) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ 4) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
8	Монету подбрасывают 6 раз. Какова вероятность того, что она упадет орлом не более трех раз	1) $\frac{21}{22}$ 2) $\frac{45}{64}$ 3) $\frac{15}{41}$ 4) $\frac{20}{27}$

№ 14	Задания	Ответы
1	Решение уравнения $A_n^4 \cdot P_{n-4} = 42P_{n-2}$ равно	1)6 2)9 3)7 4)11
2	В почтовом отделении продаются открытки десяти видов. Сколькими способами можно купить набор из восьми открыток, если открыток каждого вида имеется не менее восьми штук	1)56790 2)45020 3)24310 4)12890
3	Из 45 вопросов, включенных в экзамен, студент подготовил 40. Какова вероятность того, что из предложенных ему двух вопросов он знает два?	1)0,788 2)0,565 3)0,987 4)0,678
4	Дано линейное уравнение $ax=b$. Если a выбирается наудачу на интервале $(0,5)$ и b – на интервале $(0,6)$, то какова вероятность того, что корень данного уравнения будет больше единицы.	1)0,675 2)0,456 3)0,583 4)0,702
5	Электрическая схема состоит из трех параллельно соединенных блоков. Вероятность безотказной работы каждого блока равна соответственно 0,6; 0,7; 0,8. Найти вероятность безотказной работы всей схемы.	 1)0,024 2)0,976 3)0,865 4)0,135
6	В специализированную больницу поступают в среднем 50% больных с заболеванием «К», 30% - с заболеванием «М», 20% с заболеванием «П». Вероятность полного излечения болезни «К» равна 0,7; для болезней «М» и «П» эти вероятности равны соответственно 0,8 и 0,9. Найти вероятность того, что больной будет выписан здоровым?	1)0,77 2)0,69 3)0,86 4)0,12
7	Имеется две одинаковые по виду урны. В первой урне 15 белых шаров, во второй 10 белых и 5 черных. Из выбранной наугад урны выбрали шар. Вероятность того, что шар белый, находится по формуле	1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 2) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 3) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ 4) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
8	Вероятность попадания стрелком в цель равна 0,7. Сделано 25 выстрелов. Наивероятнейшее число попаданий в цель равно	1)14 2)17 3)18 4)19

№ 15	Задания	Ответы
1	Решение уравнения $A_n^4 = 15A_{n-2}^3$ равно	1)24 2)16 3)9 4)10
2	Найдите число различных перестановок в слове «парабола»	1)8970 2)6720 3)8900 4)5790
3	Из 50 вопросов, включенных в экзамен, студент подготовил 40. Какова вероятность того, что из предложенных ему трех вопросов он знает все?	1)0,102 2)0,698 3)0,504 4)0,338
4	Два действительных числа выбираются наудачу так, что сумма их квадратов меньше 25. Какова вероятность того, что сумма этих квадратов окажется больше 9?	1)0,64 2) 0,54 3)0,6 4)0,36
5	<p>Электрическая схема состоит из трех параллельно соединенных блоков. Вероятность безотказной работы каждого блока равна соответственно 0,8; 0,7;0,9. Найти вероятность отказа работы всей схемы</p> 	1)0,056 2)0,006 3)0,008 4)0,072
6	Два автомата производят одинаковые детали. Производительность первого автомата вдвое больше производительности второго. Первый автомат производит 60% деталей отличного качества, а второй – 84%. Найти вероятность того, что наудачу взятая деталь отличного качества	1)0,73 2)0,45 3)0,68 4)0,29
7	Имеется две одинаковые по виду урны. В первой урне 15 белых шаров, во второй 10 белых и 5 черных. Из выбранной наугад урны выбрали шар. Вероятность того, что шар белый, находится по формуле	1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 2) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 3) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ 4) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$
8	В урне находится 10 белых и 5 черных шаров. Извлекают подряд три шара, причем каждый извлеченный шар возвращают в урну перед извлечением следующего и шары перемешивают. Вероятность того, что из трех извлеченных шаров окажется два белых равна	1) $\frac{7}{27}$ 2) $\frac{2}{9}$ 3) $\frac{4}{9}$ 4) $\frac{8}{27}$

№ 16	Задания	Ответы
1	Решение уравнения $A_{n-2}^3 = 4A_{n-3}^2$ равно	1)6 2)8 3)10 4)12
2	Сколькими способами можно расставить белые фигуры (2 ладьи, 2 слона, 2 коня, ферзь и король) на первой линии шахматной доски	1)40320 2)5040 3)5760 4)46080
3	Группа, состоящая из пяти юношей и семи девушек, распределяет по жребию 4 билета на концерт. Какова вероятность того, что в числе получивших билеты окажется больше девушек, чем юношей.	1)0,3767 2)0,7682 3)0,3155 4)0,4242
4	Два действительных числа выбираются наудачу так, что сумма их квадратов меньше 100. Какова вероятность того, что сумма этих квадратов окажется больше 64?	1)0,54 2)0,64 3)0,6 4)0,36
5	Студент разыскивает нужную формулу в трех справочниках. Вероятности того, что формула содержится в первом, втором, третьем справочнике, соответственно равны 0,6; 0,7; 0,8. Найти вероятность того что формулы нет в трех справочниках?	1)0,024 2)0,012 3)0,004 4)0,058
6	Число грузовых автомашин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых машин как 3:2. Вероятность того, что будет заправляться грузовая машина, равна 0,1; для легковой машины эта вероятность равна 0,2. К бензоколонке подъехала для заправки машина. Найти вероятность того	1)0,4285 2)0,9867 3)0,0675 4)0,02
7	Имеется две одинаковые по виду урны. В первой урне 15 белых шаров и 5 черных, во второй 10 белых и 5 черных. Из выбранной наугад урны выбрали шар. Вероятность того, что шар черный, находится по формуле	1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 2) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 3) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ 4) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$
8	В урне находится 20 белых и 10 черных шаров. Извлекают подряд четыре шара, причем каждый извлеченный шар возвращают в урну перед извлечением следующего и шары перемешивают. Вероятность того, что из четырех извлеченных шаров окажется два белых равна	1) $\frac{3}{25}$ 2) $\frac{8}{27}$ 3) $\frac{4}{35}$ 4) $\frac{10}{49}$

№ 17	Задания	Ответы
1	Значение $C_9^0 C_3^2 + C_9^1 C_3^1 + C_9^2 C_3^0$ равно	1)33 2)66 3)44 4)99
2	Сколько трехзначных чисел можно образовать из цифр 1,2,3,4,5,6,7, если каждая из этих цифр может повторяться	1)210 2)24 3)67 4)100
3	В коробке находятся 4 красных и 6 зеленых карандашей. Из нее случайно выпали 3 карандаша. Какова вероятность того, что два из них окажутся красными ?	1)0,25 2)0,3 3)0,4 4)0,15
4	Из отрезка $[0, 1]$ на удачу выбраны два числа x и y . Найдите вероятность того, что эти числа удовлетворяют неравенствам $x^2 \leq 4y \leq 4x$	1)4/15 2)5/12 3)1/2 4)6/13
5	<p>Электрическая цепь составлена по схеме</p> <p>Элементы цепи работают независимо друг от друга. Вероятность выхода из строя за время t элемента цепи a равна $0,1$; элемента b $-0,2$; элемента c $-0,3$. Найдите вероятность разрыва цепи за указанный промежуток времени.</p> 	1)0,154 2)0,245 3)0,546 4)0,245
6	Три автомата на общий конвейер изготавливают детали. Производительности первого, второго и третьего относятся как 5:2:3. Вероятность изготовления бракованной детали для первого автомата равна 0,03, второго-0,02 и третьего – 0,01. Найдите вероятность того, что наудачу взятая деталь стандартная.	1)0,876 2)0,978 3)0,564 4)0,765
7	Имеется две одинаковые по виду урны. В первой урне 3 белых и 6 черных шаров, во второй 8 белых и 24 черных. Из выбранной наугад урны выбрали шар. Вероятность того, что шар белый, находится по формуле	1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 2) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 3) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$ 4) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
8	Вероятность выигрыша по одному билету лотереи равна 0,2. Какова вероятность того, что из шести приобретенных билетов два билета окажутся выигрышными	1)0,134 2)0,246 3)0,564 4)0,768

№ 18	Задания	Ответы
1	Решение уравнения $5C_n^3 = C_{n+2}^4$ равно	1)14 2)8 3)16 4)22
2	Сколько чисел, меньших чем миллион, можно написать с помощью цифр 8 и 9?	1)169 2)64 3)128 4)256
3	В лотерее разыгрывается 2000 билетов. На один билет падает выигрыш 1000 р., на четыре билета – выигрыш по 500 р., на десять билетов выигрыш по 200 р., на двадцать билетов – выигрыш по 100 руб., на 165 билетов – выигрыш по 50 р., на 400 билетов-выигрыш по 10 р. Остальные билеты невыигрышные. Какова вероятность выиграть по билету не менее 100 р.?	1) 0,5674 2)0,0175 3)0,8765 4)0,0025
4	Из фиксированной вершины квадрата со стороной 4 произвольным радиусом, меньшим его диагонали, проведена окружность. Какова вероятность того, что она пересечет стороны квадрата, которым принадлежит данная вершина	1)0,345 2)0,707 3)0,143 4)0,4
5	Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен равна 0.9, второй экзамен -0,85 и третий -0,8. Какова вероятность того, что студент сдаст не более одного экзамена.	1)0,059 2)0,609 3)0,056 4)0,084
6	В ящике лежат 20 теннисных мячей, в том числе 15 новых и 5 игранных. Из ящика извлекают наугад два мяча для игры и после игры возвращаются в ящик. После этого из ящика вынимают два мяча для следующей игры. Найти вероятность того, что оба мяча будут неигранными.	1)0,231 2)0,424 3)0,486 4) 0,445
7	Имеется две одинаковые по виду урны. В первой урне 6 белых и 12 черных шаров, во второй 10 белых и 5 черных. Из выбранной наугад урны выбрали шар. Вероятность того, что шар белый, находится по формуле	1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 2) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 3) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ 4) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$
8	Какова вероятность получения не менее 70% правильных ответов при простом отгадывании на экзамене, состоящем в определении истинности или ложности десяти утверждений	1)0,1563 2)0,1719 3)0,8761 4)0,002

№ 19	Задания	Ответы
1	Решение уравнения $C_{n+4}^{n+1} = C_{n+3}^n + 15(n+2)$ равно	1)38 2)27 3)45 4)54
2	Сколько четырехзначных чисел можно образовать из нечетных цифр, если каждая из этих цифр может повторяться	1)625 2)50 3)1024 4)256
3	Из урны, содержащей 9 белых, 9 черных, 9 синих и 9 красных шаров, наудачу извлекается три шара. Какова вероятность того, что извлеченными окажутся белые шары	1)0,0235 2)0,2667 3)0,01175 4)0,0389
4	Событие, состоящее из мгновенного сигнала, должно произойти между одним и пятью часами. Какова вероятность того, что сигнал будет зафиксирован в течение 20 мин после двух часов	1)0,05 2)0,2 3)0,083 4)0,3
5	Три стрелка стреляют в цель независимо друг от друга. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,8, для второго 0,7, для третьего 0,9. Найти вероятность хотя одного попадания в цель, если каждый стрелок делает по одному выстрелу	1)0,356 2)0,867 3)0,564 4)0,994
6	На склад поступают изделия трех заводов. Продукция первого завода составляет 2000 изделий, второго 3000, третьего-1000. Известно, что средний процент нестандартных изделий первого завода равен 4, второго-2, третьего -1. Найти вероятность того, что наугад взятое на складе изделие бракованное	1)0,025 2)0,003 3)0,075 4) 0,1
7	Имеется две одинаковые по виду урны. В первой урне 6 белых и 6 черных шаров, во второй 10 белых и 5 черных. Из выбранной наугад урны выбрали шар. Вероятность того, что шар белый, находится по формуле	1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 2) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 3) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ 4) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$
8	Найти вероятность осуществления от двух до четырех разговоров по телефону при наблюдении пяти независимых вызовов, если вероятность того, что разговор состоится, равна 0,7.	1)0,789 2)0,654 3)0,906 4)0,801

№ 20	Задания	Ответы
1	Решение уравнения $5C_n^3 = C_{n+2}^4$ равно	1)14 2)8 3)16 4)22
2	Сколько чисел, меньших чем миллион, можно написать с помощью цифр 8 и 9?	1)169 2)64 3)128 4)256
3	В лотерее разыгрывается 2000 билетов. На один билет падает выигрыш 1000 р., на четыре билета – выигрыш по 500 р., на десять билетов выигрыш по 200 р., на двадцать билетов – выигрыш по 100 руб., на 165 билетов – выигрыш по 50 р., на 400 билетов- выигрыш по 10 р. Остальные билеты невыигрышные. Какова вероятность выиграть по билету не менее 100 р.?	1)0,5674 2)0,0175 3)0,8765 4)0,0025
4	Из фиксированной вершины квадрата со стороной 4 произвольным радиусом, меньшим его диагонали, проведена окружность. Какова вероятность того, что она пересечет стороны квадрата, которым принадлежит данная вершина	1)0,345 2)0,707 3)0,143 4)0,4
5	Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен равна 0,9, второй экзамен -0,85 и третий -0,8. Какова вероятность того, что студент сдаст один экзамен.	1)0,035 2)0,609 3)0,056 4)0,084
6	С первого автомата на сборку поступает 20%, со второго 30%, с третьего 50% деталей. Первый автомат дает в среднем 0.2% брака, второй 0,3%, третий 0,1%. Найти вероятность того, что деталь не бракованная?	1)0,786 2)0,982 3)0,876 4)0,453
7	Имеется две одинаковые по виду урны. В первой урне все белые шары, во второй 9 белых и 18 черных. Из выбранной наугад урны выбрали шар. Вероятность того, что шар белый, находится по формуле	1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 2) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 3) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ 4) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$
8	В результате многолетних наблюдений установлено, что вероятность выпадения дождя 1 октября в данном городе равна $\frac{1}{5}$. Наивероятнейшее число дождливых дней 1 октября в данном городе за 20 лет равно	1)5 2)4 3)2 4)3

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. **Белько, И. В.** Теория вероятностей, математическая статистика, математическое программирование : учебное пособие [Электронный ресурс] / И. В. Белько, И. М. Морозова, Е. А. Криштапович. – Электрон. текстовые данные. – М. : ИНФРА-М ; Нов. знание, 2016. – 299 с. – Режим доступа : <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=542521> – Загл. с экрана.

2. **Песчанский, А. И.** Математика для экономистов : основы теории, примеры и задачи [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. И. Песчанский. – Электрон. текстовые данные. — М. : Вузовский учебник ; НИЦ ИНФРА-М, 2016. – 520 с. – Режим доступа : <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=544926> – Загл. с экрана.

3. **Сапожников, П. Н.** Теория вероятностей, математическая статистика в примерах, задачах и тестах : учебное пособие [Электронный ресурс] / П. Н. Сапожников, А. А. Макаров, М. В. Радионова. – Электрон. текстовые данные. – М. : КУРС ; ИНФРА-М, 2016. – 496 с. – Режим доступа : <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=548242> – Загл. с экрана.

4. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие [Электронный ресурс] / Л. Г. Бирюкова [и др.]. – 2-е изд. – Электрон. текстовые данные. – М. : ИНФРА-М, 2017. – 289 с. – Режим доступа : <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=370899> – Загл. с экрана.

Дополнительная

1. **Бось, В. Ю.** Математическая статистика / В. Ю. Бось ; ФГОУ ВПО «Саратовский ГАУ». – Саратов, 2008. – 112 с.

2. **Вентцель, Е. С.** Теория вероятностей : учебник для вузов. – 6-е изд., стер. / Е. С. Вентцель. – М. : Высш. шк., 1999. – 576 с. – Режим доступа : http://sernam.ru/book_tp.php – Загл. с экрана.

3. **Гмурман, В. Б.** Теория вероятностей и математическая статистика / В. Б. Гмурман. – М. : Высш. шк., 2007. – 479 с.

4. **Ефимов, А.В.** Сборник задач по математике для ВУЗов - Часть 4./ Э. А. Вуколов, А. В. Ефимов, В. Н. Земсков, А. С. Поспелов и другие. – М. : Физматлит, 2004. – 432с.

5. **Лисьев, В. П.** Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / В. П. Лисьев. – М. : МЭСИ, 2006. – 199 с. **Овсянникова, С. Н.** Краткий курс теории вероятностей и математической статистики [Электронный ресурс] : учебное пособие для студентов 2-го курса

экономических специальностей / С. Н. Овсянникова. – Электрон. текстовые данные. — М. : Экон-информ, 2011 – 104 с. – Режим доступа: https://docviewer.yandex.ru/view/99838747/?*=&ru – Загл. с экрана.

6. **Письменный, Д. Т.** Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам / Д. Т. Письменный. – М. : Айрис-пресс, 2008. – 288 с.

7. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : методические указания для практических занятий студентов направления подготовки 38.03.01 – Экономика / сост. В. Ю. Бось. – Электрон. текстовые данные / ФГБОУ ВО «Саратовский ГАУ». – Саратов, 2016. – 57 с. - Режим доступа : https://docviewer.yandex.ru/view/99838747/?*=&ru – Загл. с экрана.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Значения функции $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

<i>x</i>	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,3989	0,3989	0,3989	0,3988	0,3986	0,3984	0,3982	0,3980	0,3977	0,3973
0,1	0,3970	0,3965	0,3961	0,3956	0,3951	0,3945	0,3939	0,3932	0,3925	0,3918
0,2	0,3910	0,3902	0,3894	0,3885	0,3876	0,3867	0,3857	0,3847	0,3836	0,3825
0,3	0,3814	0,3802	0,3790	0,3778	0,3765	0,3752	0,3739	0,3725	0,3712	0,3697
0,4	0,3683	0,3668	0,3653	0,3637	0,3621	0,3605	0,3589	0,3572	0,3555	0,3538
0,5	0,3521	0,3503	0,3485	0,3467	0,3448	0,3429	0,3410	0,3391	0,3372	0,3352
0,6	0,3332	0,3312	0,3292	0,3271	0,3251	0,3230	0,3209	0,3187	0,3166	0,3144
0,7	0,3123	0,3101	0,3079	0,3056	0,3034	0,3011	0,2989	0,2966	0,2943	0,2920
0,8	0,2897	0,2874	0,2850	0,2827	0,2803	0,2780	0,2756	0,2732	0,2709	0,2685
0,9	0,2661	0,2637	0,2613	0,2589	0,2565	0,2541	0,2516	0,2492	0,2468	0,2444
1,0	0,2420	0,2396	0,2371	0,2347	0,2323	0,2299	0,2275	0,2251	0,2227	0,2203

Продолжение прил. 1

<i>x</i>	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
1,1	0,2179	0,2155	0,2131	0,2107	0,2083	0,2059	0,2036	0,2012	0,1989	0,1965
1,2	0,1942	0,1919	0,1895	0,1872	0,1849	0,1826	0,1804	0,1781	0,1758	0,1736
1,3	0,1714	0,1691	0,1669	0,1647	0,1626	0,1604	0,1582	0,1561	0,1539	0,1518
1,4	0,1497	0,1476	0,1456	0,1435	0,1415	0,1394	0,1374	0,1354	0,1334	0,1315
1,5	0,1295	0,1276	0,1257	0,1238	0,1219	0,1200	0,1182	0,1163	0,1145	0,1127
1,6	0,1109	0,1092	0,1074	0,1057	0,1040	0,1023	0,1006	0,0989	0,0973	0,0957
1,7	0,0940	0,0925	0,0909	0,0893	0,0878	0,0863	0,0848	0,0833	0,0818	0,0804
1,8	0,0790	0,0775	0,0761	0,0748	0,0734	0,0721	0,0707	0,0694	0,0681	0,0669
1,9	0,0656	0,0644	0,0632	0,0620	0,0608	0,0596	0,0584	0,0573	0,0562	0,0551
2,0	0,0540	0,0529	0,0519	0,0508	0,0498	0,0488	0,0478	0,0468	0,0459	0,0449
2,1	0,0440	0,0431	0,0422	0,0413	0,0404	0,0396	0,0387	0,0379	0,0371	0,0363
2,2	0,0355	0,0347	0,0339	0,0332	0,0325	0,0317	0,0310	0,0303	0,0297	0,0290
2,3	0,0283	0,0277	0,0270	0,0264	0,0258	0,0252	0,0246	0,0241	0,0235	0,0229
2,4	0,0224	0,0219	0,0213	0,0208	0,0203	0,0198	0,0194	0,0189	0,0184	0,0180

Продолжение прил. 1

x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
2,5	0,0175	0,0171	0,0167	0,0163	0,0158	0,0154	0,0151	0,0147	0,0143	0,0139
2,6	0,0136	0,0132	0,0129	0,0126	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110	0,0107
2,7	0,0104	0,0101	0,0099	0,0096	0,0093	0,0091	0,0088	0,0086	0,0084	0,0081
2,8	0,0079	0,0077	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0067	0,0065	0,0063	0,0061
2,9	0,0060	0,0058	0,0056	0,0055	0,0053	0,0051	0,0050	0,0048	0,0047	0,0046
3,0	0,0044	0,0043	0,0042	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036	0,0035	0,0034
3,1	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026	0,0025	0,0025
3,2	0,0024	0,0023	0,0022	0,0022	0,0021	0,0020	0,0020	0,0019	0,0018	0,0018
3,3	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014	0,0013	0,0013
3,4	0,0012	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010	0,0010	0,0009	0,0009
3,5	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007	0,0007	0,0007	0,0006
3,6	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004
3,7	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
3,8	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
3,9	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001

Окончание прил. 1

4,0	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
4,1	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
4,2	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4,3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4,4	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4,5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4,6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4,7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4,8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4,9	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
5,0	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Значения функции Пуассона $F_n(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$

$\lambda \backslash k$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0	0,90484	0,81873	0,74082	0,67032	0,60653	0,54881	0,49659	0,44933	0,40657
1	0,09048	0,16375	0,22225	0,26813	0,30327	0,32929	0,34761	0,35946	0,36591
2	0,00452	0,01637	0,03334	0,05363	0,07582	0,09879	0,12166	0,14379	0,16466
3	0,00015	0,00109	0,00333	0,00715	0,01264	0,01976	0,02839	0,03834	0,04940
4	0,00000	0,00005	0,00025	0,00072	0,00158	0,00296	0,00497	0,00767	0,01111
5	0,00000	0,00000	0,00002	0,00006	0,00016	0,00036	0,00070	0,00123	0,00200
6	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00001	0,00004	0,00008	0,00016	0,00030
7	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00001	0,00002	0,00004
$\lambda \backslash k$	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
0	0,36788	0,22313	0,13534	0,08208	0,04979	0,03020	0,01832	0,01111	0,00674
1	0,36788	0,33470	0,27067	0,20521	0,14936	0,10569	0,07326	0,04999	0,03369
2	0,18394	0,25102	0,27067	0,25652	0,22404	0,18496	0,14653	0,11248	0,08422

Окончание прил. 2

$k \backslash \lambda$	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
3	0,06131	0,12551	0,18045	0,21376	0,22404	0,21579	0,19537	0,16872	0,14037
4	0,01533	0,04707	0,09022	0,13360	0,16803	0,18881	0,19537	0,18981	0,17547
5	0,00307	0,01412	0,03609	0,06680	0,10082	0,13217	0,15629	0,17083	0,17547
6	0,00051	0,00353	0,01203	0,02783	0,05041	0,07710	0,10420	0,12812	0,14622
7	0,00007	0,00076	0,00344	0,00994	0,02160	0,03855	0,05954	0,08236	0,10444
8	0,00001	0,00014	0,00086	0,00311	0,00810	0,01687	0,02977	0,04633	0,06528
9	0,00000	0,00002	0,00019	0,00086	0,00270	0,00656	0,01323	0,02316	0,03627
10	0,00000	0,00000	0,00004	0,00022	0,00081	0,00230	0,00529	0,01042	0,01813
11	0,00000	0,00000	0,00001	0,00005	0,00022	0,00073	0,00192	0,00426	0,00824
12	0,00000	0,00000	0,00000	0,00001	0,00006	0,00021	0,00064	0,00160	0,00343
13	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00001	0,00006	0,00020	0,00055	0,00132
14	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00001	0,00006	0,00018	0,00047
15	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00002	0,00005	0,00016
16	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00002	0,00005
17	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00001

Значения функции Лапласа $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dx$

x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621

Продолжение прил. 3

x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952

Продолжение прил. 3

x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,0	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990
3,1	0,4990	0,4991	0,4991	0,4991	0,4992	0,4992	0,4992	0,4992	0,4993	0,4993
3,2	0,4993	0,4993	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4995	0,4995	0,4995
3,3	0,4995	0,4995	0,4995	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4997
3,4	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4998
3,5	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998
3,6	0,4998	0,4998	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,7	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,8	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,9	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000
4,0	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000

Окончание прил. 3

X	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
4,1	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000
4,2	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000
4,3	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000
4,4	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000
4,5	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000
4,6	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000
4,7	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000
4,8	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000
4,9	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000
5,0	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
Глава 1. Непосредственный подсчет вероятности случайного события.....	5
Глава 2. Геометрическая вероятность.....	14
Глава 3. Алгебра событий. Правила сложения и умножения вероятностей.....	21
Глава 4. Формула полной вероятности и формула Байеса	33
Глава 5. Схема Бернулли и предельные теоремы.....	44
Варианты тестов по теме «Вероятность случайных событий».....	54
Список литературы	74
Приложения	76
Приложение 1	76
Приложение 2	80
Приложение 3	82

Учебное издание

*Каневская Ирина Юрьевна
Кириллова Татьяна Валерьяновна*

ВЕРОЯТНОСТЬ СЛУЧАЙНЫХ СОБЫТИЙ

Учебное пособие

Компьютерная верстка и оформление М.В. Муравьевой

Сдано в набор 15.12.17. Подписано в печать 15.01.18.
Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная. Гарнитура Times
Печ. л.5,0 Уч.-изд. л. 2,77 Тираж 300.

ООО «ЦЕНТР СОЦИАЛЬНЫХ АГРОИННОВАЦИЙ СГАУ»
Отпечатано с электронных носителей издательства